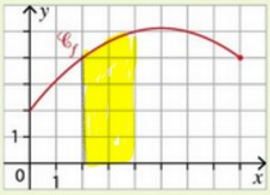
Exercice 92 page 268

Pour chaque question, choisir la seule réponse vraie, en justifiant.

1. On considère une fonction f définie sur $[0\ ;\ 8]$ dont la courbe représentative est dessinée ci-dessous.



On a :

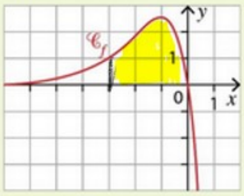
a) $8 \leqslant \int_2^4 f(x)\,dx \leqslant 9$

b) $8 \leqslant \int_2^4 f(x)\,dx \leqslant 10$

c) $\int_2^4 f(x)\,dx \cancel{=} f(4) - f(2)$

d) $\int_2^4 f(x)\,dx \cancel{=} 9$

2. On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont on donne ci-dessous la courbe représentative dans un repère orthonormé.



On note g la dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
Une expression de $g(x)$ peut être :

a) $(-7-7x)e^x$

b) $-7e^x$ ⊖

c) $-7xe^x$

d) $(-7+7x)\,e^x$

3. Soit $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en unité d'aire du repère, du domaine compris entre la courbe représentative de la fonction f définie à la question **2**, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=-3$ et $x=0$. On a :

a) $3 < \mathscr{A} < 4$

b) $5 < \mathscr{A} < 6$

c) $\mathscr{A} < 0$

d) $\mathscr{A} > 7$

1) $\int_2^4 f(x)dx$ = aire du domaine délimité par C_f l'axe des abscisses, les droites d'équation $x=2$ et $x=4$ car f est continue et positive.

réponse b

2) f semble croissante sur $]-\infty\ ;\ -1]$

et décroissante sur $[-1\ ;\ +\infty[$

f' serait positive sur $]-\infty\ ;\ -1]$ et négative sur $[-1\ ;\ +\infty[$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$-7-7x$	+	0	−

donc $f'(x) = g(x) = (-7-7x)e^x$

réponse a

3) f ⊕ donc $\mathscr{A} = \int_{-3}^{0} f(x)dx$.

réponse : b

Exercice 94 page 268

Une entreprise envisage la fabrication de semoirs (gros matériel agricole).
On admet que la fonction g, définie sur l'intervalle $[0\,;100]$ par $g(x) = 2x - 1 + e^{0,05x}$, modélise le coût de fabrication, exprimé en centaines d'euros, de x semoirs.
1. Donner une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;100]$.
2. Calculer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;100]$.
3. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

1) $g(x) = 2x - 1 + e^{0,05x} = 2x - 1 + \frac{1}{0,05} \times \boxed{0,05\,e^{0,05x}}$

g continue sur $[0;100]$ donc admet des primitives de la forme $G(x) = x^2 - x + \frac{1}{0,05} e^{0,05x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

une primitive de $u'e^u$ est e^u

$u(x) = 0,05x$
$u'(x) = 0,05$

2) Valeur moyenne sur $[0;100]$ $= \frac{1}{100-0} \int_0^{100} g(x)\,dx = \frac{1}{100} \left[x^2 - x + \frac{1}{0,05} e^{0,05x} \right]_0^{100}$

$= \frac{1}{100} \left(10000 - 100 + 20e^5 - (0^2 - 0 + 20) \right) = \frac{1}{100} \left(9880 + 20e^5 \right)$

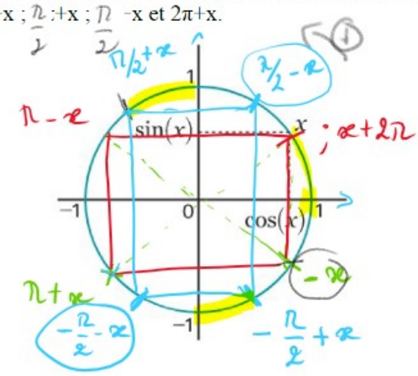
$\approx 128,48$

3) le coût moyen de fabricat° d'un semoir lorsque l'entreprise fabrique entre 0 et 100 semoirs est de 12848€

Activité d'introduction aux fonctions trigonométriques.

Exercice 1 :

1. À partir du réel x positionné sur le cercle trigonométrique ci-dessous qu'il faudra reproduire, placer, à l'aide d'un compas et d'une règle non graduée, les réels associés : $-x$; $\pi+x$; $\pi-x$; $\frac{\pi}{2}+x$; $\frac{\pi}{2}-x$ et $2\pi+x$.



2. Compléter le tableau suivant en fonction des réels cos(x) et sin(x).

$\cos(-x) = \cos x$ $\sin(-x) = (-)\sin x$	$\cos(\pi+x) = -\cos x$ $\sin(\pi+x) = -\sin x$	$\cos(\pi-x) = -\cos x$ $\sin(\pi-x) = \sin x$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\sin x$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \cos x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x$	$\cos(2\pi+x) = \cos x$ $\sin(2\pi+x) = \sin x$

Exercice 2 :

Compléter le tableau de valeurs ci-dessous puis placer le plus précisément possible les réels 0 ; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$ sur le cercle trigonométrique.

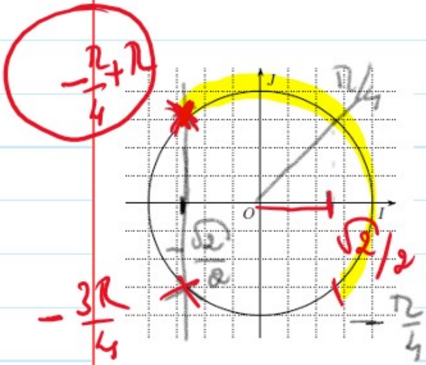
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1

Equations et inéquations trigonométriques

Exercice 3 :
Résoudre graphiquement sur $[-\pi;\pi]$ chacune des équations ou inéquations suivantes en représentant l'ensemble des réels solutions sur un cercle trigonométrique.

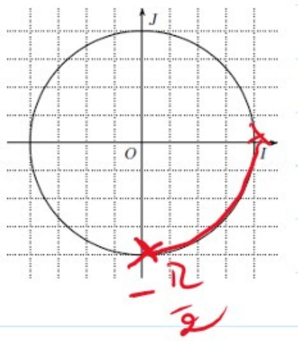
1. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; **2.** $\sin x = -1$; **3.** $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$; **5.** $\sin x > -\frac{1}{2}$; **6.** $\sin x \leq \frac{1}{2}$

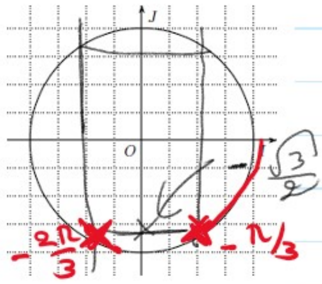


$\mathcal{S} = \left\{\frac{3\pi}{4} ; -\frac{3\pi}{4}\right\}$

$-\frac{\pi}{4}+\pi = -\frac{\pi}{4}+\frac{4\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

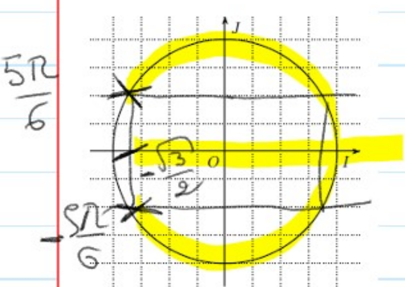


$\mathcal{S} = \left\{-\frac{\pi}{2}\right\}$



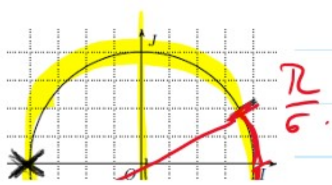
$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\mathcal{S} = \left\{-\frac{\pi}{3} ; -\frac{2\pi}{3}\right\}$



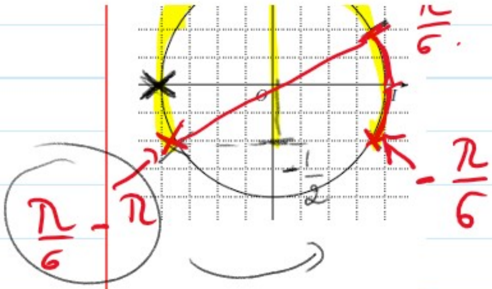
$\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\mathcal{S} = \left[-\frac{5\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\right]$

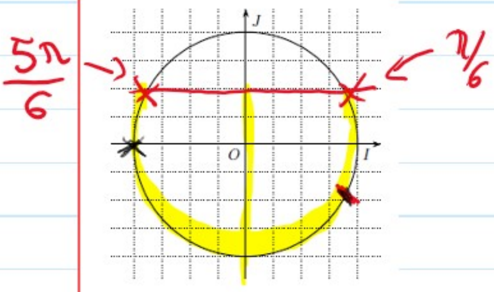


$\sin x > -\frac{1}{2}$

$\mathcal{S} = \left[-\pi ; -\frac{5\pi}{6}\right[\cup \left]-\frac{\pi}{6} ; \pi\right]$



$$S = \left[-\pi ; -\frac{5\pi}{6}\right[\cup \left]-\frac{\pi}{6} ; \pi\right]$$



$$\sin x \leq \frac{1}{2}$$

$$S = \left[-\pi ; \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6} ; \pi\right]$$