Exercice 31 page 96

mercredi 2 décembre 2020 11:44

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 5 - 3x \text{ et } g(x) = e^x.$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. Déterminer la limite de g en $-\infty$.

3. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = e^{5-3x}$.

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} 5 - 3x = -\infty$ (par somme) car $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} 5 = 5 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} -3x = -\infty \end{cases}$

2) $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

3) $x \xmapsto{f} 5 - 3x \xmapsto{g} e^{5-3x}$

$X \longmapsto e^X$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0 \end{array}\right\}$ par composée $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{5-3x} = 0$

Exercice 51 page 98

mercredi 2 décembre 2020 11:47

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{5-2x}{-x-3}$ sur $]-\infty\,;-3[\cup]-3\,;+\infty[$.

1. Étudier le sens de variation de la fonction f.

2. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition. Préciser les asymptotes éventuelles à la courbe représentative de la fonction f.

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f et vérifier graphiquement les résultats.

1) Pour étudier le sens de variation de f, on étudie le signe de la dérivée f'

f est dérivable sur $]-\infty\,;-3[\cup]-3\,;+\infty[$ comme quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$

$$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$$

$$f'(x)=\frac{-2(-x-3)-(-1)\times(5-2x)}{(-x-3)^2}=\frac{2x+6+5-2x}{(-x-3)^2}=\frac{11}{(-x-3)^2}$$

$+$; ← carré strict^t $+$ pour $x\neq-3$.

$f'(x)>0$ sur $]-\infty\,;-3[\cup]-3\,;+\infty[$ donc f est strictement croissante sur $]-\infty\,;-3[$ et sur $]-3\,;+\infty[$.

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. On est en présence d'une FI du type "$\frac{\infty}{\infty}$"

$$f(x)=\frac{5-2x}{-x-3}=\frac{-2x\left(\frac{5}{-2x}+1\right)}{-x\left(1+\frac{3}{x}\right)}=2\times\boxed{\frac{1-\frac{5}{2x}}{1+\frac{3}{x}}}$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} 1-\dfrac{5}{2x}=1-0=1$ par somme

$\lim\limits_{x\to-\infty} 1+\dfrac{3}{x}=1+0=1$

par produit et par quotient : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$

donc la droite d'équation $y=2$ est asymptote à C_f en $-\infty$.

de même $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2\times\dfrac{1-\frac{5}{2x}}{1+\frac{3}{x}}=2$ donc la droite d'équation $y=2$ est asymptote à C_f en $+\infty$.

$$f(x)=\frac{5-2x}{-x-3}$$

$\lim\limits_{\substack{x\to-3\\<}} 5-2x=11$ $+$

$\lim\limits_{\substack{x\to-3\\<}} -x-3=0$ $+$

Par quotient règle des signes $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\<}} f(x)=+\infty$ (*)

$\lim\limits_{\substack{x\to-3\\>}} 5-2x=11$ $+$

$\lim\limits_{\substack{x\to-3\\>}} -x-3=0$ $-$

$\lim\limits_{\substack{x\to-3\\>}} f(x)=-\infty$ (*)

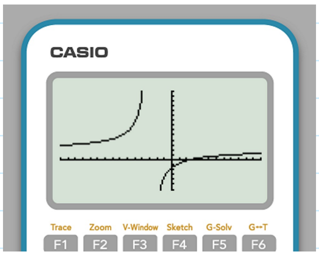
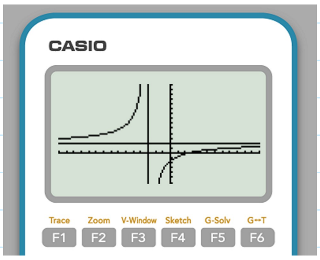
x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$-x-3$		$+$	0	$-$	

car le coef. dir. vaut -1 (<0)

(*) donc la droite d'éq° $x=-3$ est asymptote à C_f.

3)

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
f	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2


CASIO
Trace
Zoom
V-Window
Sketch
G-Solv
F1
F2
F3
F4
F5
F6

CASIO
Trace
Zoom
V-Window
Sketch
G-Solv
F1
F2
F3
F4
F5
F6

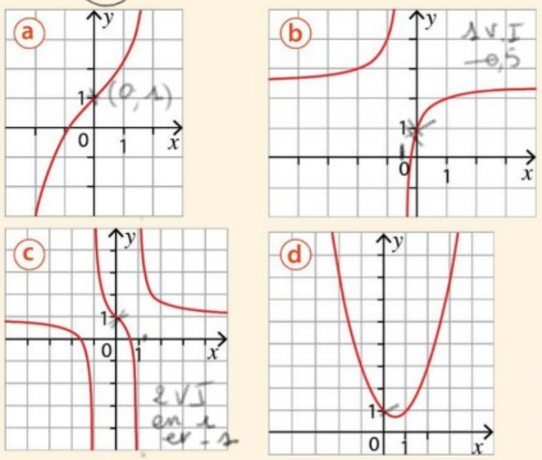
Exercice 25 page 96

mercredi 2 décembre 2020 12:00

PRISE D'INITIATIVE

Associer chaque fonction à sa courbe représentative.

- $f(x) = \dfrac{x-1}{2x+1} + 2$
- $g(x) = x^2 - x + 1$
- $h(x) = \dfrac{1}{4}x^3 + x + 1$
- $k(x) = 1 + \dfrac{x}{x^2-1}$



(d) parabole représente une fct du type $ax^2 + bx + c$
donc (d) représente la fonction g

(b) la droite d'éq° $x = -0{,}5$ est asymptote à la courbe
donc $-0{,}5$ est valeur interdite pour la fct f
$(2\times(-0{,}5)+1 = 0$ au dé$)$

(c) 2 asymptotes d'éq° $x = 1$ et $x = -1$ donc (c) représente la fct k (1 et -1 annulent x^2-1)

(a) correspond à la fct h (par éliminat°)
$\lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$