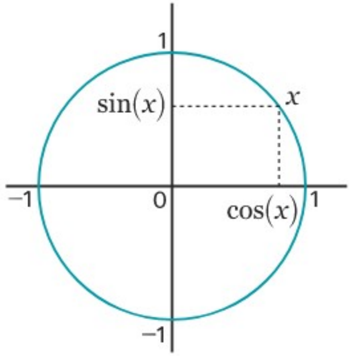
Activité d'introduction aux fonctions trigonométriques.

Exercice 1 :

1. À partir du réel x positionné sur le cercle trigonométrique ci-dessous qu'il faudra reproduire, placer, à l'aide d'un compas et d'une règle non graduée, les réels associés : $-x$; $\pi+x$; $\pi-x$; $\frac{\pi}{2}+x$; $\frac{\pi}{2}-x$ et $2\pi+x$.



2. Compléter le tableau suivant en fonction des réels cos(x) et sin(x).

$\cos(-x) =$ $\sin(-x) =$	$\cos(\pi+x) =$ $\sin(\pi+x) =$	$\cos(\pi-x) =$ $\sin(\pi-x) =$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) =$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) =$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$	$\cos(2\pi+x) =$ $\sin(2\pi+x) =$

Exercice 2 :

Compléter le tableau de valeurs ci-dessous puis placer le plus précisément possible les réels 0 ; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$ sur le cercle trigonométrique.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$					
$\sin x$					

Exercice 3 :

Résoudre graphiquement sur $[-\pi;\pi]$ chacune des équations ou inéquations suivantes en représentant l'ensemble des réels solutions sur un cercle trigonométrique.

1. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; **2.** $\sin x = -1$; **3.** $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$; **5.** $\sin x > -\frac{1}{2}$; **6.** $\sin x \leq \frac{1}{2}$

Exercice 4 :

Soit A, B, C et D les points de coordonnées respectives (1 ; 0), (0 ; 1), (-1 ; 0), (0 ; -1).
Soit M un point quelconsue du cercle trigonométrique C . On note x la mesure en radians de l'angle $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OM})$.

1. Comment varient les valeurs de sin x lorsque M se déplace :
- dans le premier quadrant de A vers B ?
- dans le deuxième et troisième quadrant de B vers D ?
- dans le quatrième quadrant de D vers A ?

2. Comment varient les valeurs de cosin x lorsque M se déplace :
- dans le premier et deuxième quadrant de A vers C ?
- dans le troisième et quatrième quadrant de C vers A ?

Exercice 5 :

Partie A : Soit T un réel strictement positif et *f* une fonction définie sur $\mathbb{R}$ à la fois paire et périodique de période T.

1. Démontrer qu'il suffit alors d'étudier la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 2T].
2. Démontrer que si *f* est strictement croissante sur [a ; b], où a et b sont deux réels, alors *f* est strictement décroissante sur [−b ; −a].

Partie B : Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}$. On suppose que g est impaire, périodique de période 6, strictement décroissante sur [0;1] et strictement croissante sur [1 ; 3]

1. Construire le tableau de variations de g sur [−4;5]. Justifier.
2. Justifier que g(0)=0 et que g(3)=0 puis résoudre sur [−4 ; 5] puis dans R l'équation g(x)=0.

Exercice 6 :

Le cercle trigonométrique nous permet d'affirmer que l'équation sin(x) = − 0,7 admet deux solutions α et β sur [−π ; π] telles que α < β.

1. Exprimer β en fonction de α.
2. En déduire, en fonction de α, les solutions sur $\mathbb{R}$ de cette équation.
3. Résoudre sur [−π;π], en fonction de α, l'inéquation sin(x) > −0,7.
4. Déterminer cos(α).

Exercice 7 : Résoudre dans R les équations $\sin(2x) = -\frac{1}{2}$ et $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.