Vecteurs de l'espace.

Exercice 96 page 316

**96.** Soit le plan $(P)$ $\begin{cases} x = 1 + t + t' \\ y = -2 + t - t' \\ z = 2 - t + t' \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, $t' \in \mathbb{R}$ ;

et la droite $(D)$ $\begin{cases} x = 1 + 5t'' \\ y = -t'' \\ z = 2 + t'' \end{cases}$, $t'' \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs directeurs du plan $(P)$.

2. Montrer que $\vec{w}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires.

3. En déduire la position relative du plan $(P)$ et de la droite $(D)$.

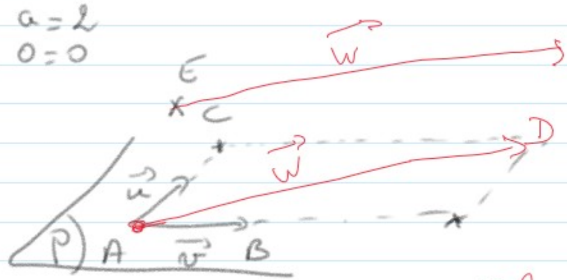
1) $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont 2 vecteurs non colinéaires

Ce sont 2 v. directeurs du plan (P).

2) On trouve une combinaison linéaire qui lie $\vec{w}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$.
Les coord de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non proportionnels donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires
on cherche 2 réels a et b tq
$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$.

$$\begin{cases} 5 = a \times 1 + b \times 1 \\ -1 = a \times 1 + b \times (-1) \quad L_1 + L_2 \\ 1 = a \times (-1) + b \times 1 \quad L_2 + L_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -a + b \\ 4 = 2a + 0b \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 2 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

donc $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$
$\vec{w}, \vec{u}, \vec{v}$ sont coplanaires.




3) $\vec{w}$ est un v. d. de (D)

Dire que $\vec{w}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$ sont coplanaires prouve que la droite est parallèle au plan P (soit strictement, soit D incluse dans P)

En remplaçant $t''$ par 0 dans le syst. d'éq. paramétriques
on a : E(1 ; 0 ; 2) qui appartient à D
On cherche t et t', 2 réels tq

$$\begin{cases} 1 = 1 + t + t' \\ 0 = -2 + t - t' \quad L_1 + L_2 \\ 2 = 2 - t + t' \quad L_1 + L_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 + t + t' \\ 1 = -1 + 2t \\ 3 = 3 + 2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 + t + t' \\ t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \quad \text{impossible}$$

E(1 ; 0 ; 2) n'appartient pas à P.

On a trouvé un point de D qui n'appartient à P donc D n'est pas incluse dans P donc D est strictement parallèle à P.

# Exponentielle complexe

mardi 19 mai 2020 09:39

$z \in \mathbb{C}$, $z$ a une **écriture algébrique** : $a + ib$ avec $a$ réel, $b$ réel et $i^2 = -1$

$z = a + ib \longrightarrow M(a ; b)$ dans le repère $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ (r.o.n.d)

$\bar{z} = a - ib \longrightarrow M'(a ; -b)$ symétrique par rapport à l'axe des abscisses

$OM = |z| = r$ (avec $r > 0$) et $(\vec{u} ; \overrightarrow{OM}) = \theta = \arg z \pmod{2\pi}$

↳ $z$ a une **écriture trigonométrique** $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

avec :

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et $\cos\theta = \frac{a}{r}$ et $\sin\theta = \frac{b}{r}$.

$r(\cos\theta + i\sin\theta) \times r' \times (\cos\theta' + i\sin\theta') = rr' \times (\cos(\theta + \theta') + i\sin(\theta + \theta'))$.

cas particulier : $r = 1$ et $r' = 1$

$$\underbrace{(\cos\theta + i\sin\theta)}_{e^{i\theta}} \times \underbrace{(\cos\theta' + i\sin\theta')}_{e^{i\theta'}} = \underbrace{\cos(\theta + \theta') + i\sin(\theta + \theta')}_{e^{i(\theta+\theta')}}$$

Notation

$e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta + \theta')}$ : **écriture exponentielle**

dans $\mathbb{R}$ : $e^x \times e^y = e^{x+y}$