Vecteurs de l'espace

lundi 18 mai 2020 07:36

Exemple

Position relative de d et (MN) où $M(3;0;3)$ et $N(0;3;1)$?

$$d : \begin{cases} x = -3 + 0t & t \in \mathbb{R} \\ y = 4 + 2t \\ z = -t \end{cases} \qquad \vec{MN}\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ v.d de } (MN).$$

Syst. d'éq° paramétriques de (MN)

$$\begin{cases} x = 3 - 3t & t \in \mathbb{R} \\ y = 0 + 3t \\ z = \underbrace{3}_{\text{coord de } M} - 2t \end{cases}$$

$\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ vecteur directeur de d. Les coord de $\vec{u}$ et de $\vec{MN}$ ne sont pas proportionnelles donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{MN}$ ne sont pas colinéaires et d et (MN) ne sont pas parallèles donc elles sont sécantes ou non coplanaires

On cherche s'il y a un point d'intersection ; c'à d si t et t' existent en vérifiant le système

$$\begin{cases} x = 3 - 3t = -3 \\ y = 0 + 3t = 4 + 2t' \\ z = \underbrace{3 - 2t}_{(MN)} = \underbrace{-t'}_{d} \end{cases} \iff \begin{cases} -3t = -6 \\ 3t = 4 + 2t' \\ 3 - 2t = -t' \end{cases} \iff \begin{cases} t = 2 \\ 6 = 4 + 2t' \\ -1 = -t' \end{cases} \iff \begin{cases} t = 2 \\ t' = 1 \\ t' = 1 \end{cases} \text{ sol}^{\circ}.$$

$R(-3;6;-1)$ en remplaçant t par 2 dans le syst. d'éq. de (MN) ou t' par 1 dans le syst. d'éq. de d.

Exemple 5. ① Les points $A(0;-1;0)$, $B(-2;-3;2)$, $C(4;-1;-7)$ et $D(0;-5;-3)$ appartiennent-ils à un même plan ?
Même question avec $D(0;-5;-4)$.

① $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2-0\\-3-(-1)\\2-0\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}-2\\-2\\2\end{pmatrix}$ $\xrightarrow{\times(-2)}$ $\neq$ $\xrightarrow{\times(-3,5)}$; $\vec{AC}\begin{pmatrix}4\\0\\-7\end{pmatrix}$; $\vec{AD}\begin{pmatrix}0\\-4\\-3\end{pmatrix}$

les coord de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas proportionnelles donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont non colinéaires

$D \in (ABC)$?? on cherche s'il existe t_1 et t_2 deux nombres tels que :

$\vec{AD} = t_1\vec{AB} + t_2\vec{AC}$

$$\begin{cases} 0 = -2t_1 + 4t_2 \\ -4 = -2t_1 + 0t_2 \\ -3 = 2\times t_1 + (-7)t_2 \end{cases} \iff \begin{cases} 0 = -4 + 4t_2 \\ t_1 = 2 \\ -3 = 4 - 7t_2 \end{cases} \iff \begin{cases} t_2 = 1 \\ t_1 = 2 \\ -3 = 4 - 7 \text{ égalité vérifiée} \end{cases}$$

coord de $\vec{AD}$

$\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$.

$\vec{AD}$ est combinaison linéaire de $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ donc D appartient au plan (ABC)

Exemple 5bis : même question avec $D(0 \cdot -5 \cdot -4)$

$D \in (ABC)$?? on cherche s'il existe t_1 et t_2 deux réels tels que :

$$\begin{cases} 0 = -2t_1 + 4t_2 \\ -5-(-1) = -2t_1 + 0t_2 \\ -4 = 2t_1 - 7t_2 \end{cases} \iff \begin{cases} t_2 = 1 \\ t_1 = 2 \\ \text{la dernière éq° n'est pas vérifiée} \end{cases}$$

$\vec{AD} \neq t_1\vec{AB} + t_2\vec{AC}$ donc A, B, C, D ne sont pas coplanaires.

Vecteurs de l'espace.

lundi 18 mai 2020 07:50

Exercice 96 page 316

96. Soit le plan $(P)\begin{cases}x = 1 + t + t' \\ y = -2 + t - t' \\ z = 2 - t + t'\end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, $t' \in \mathbb{R}$;

et la droite $(D)\begin{cases}x = 1 + 5t'' \\ y = -t'' \\ z = 2 + t''\end{cases}$, $t'' \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, deux vecteurs directeurs du plan (P).
2. Montrer que $\vec{w}\begin{pmatrix}5 \\ -1 \\ 1\end{pmatrix}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires.
3. En déduire la position relative du plan (P) et de la droite (D).