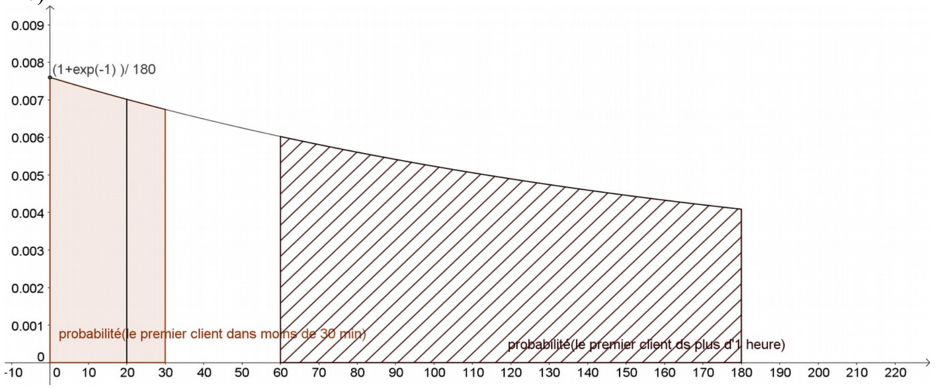
Exercice 91 page 358 :1. λ Vérifie $\int_0^{180} \lambda(e^{-\lambda x}+e^{-1})\,dx$ =1. Or,

$\int_0^{180} \lambda(e^{-\lambda x}+e^{-1})\,dx = \left[-e^{-\lambda x}+\lambda e^{-1}x\right]_0^{180} = -e^{-180\lambda}+180\lambda e^{-1}-(-e^{-\lambda 0}+0\lambda e^{-1}) =$

$1-e^{-180\lambda}+180\lambda e^{-1}$ donc $-e^{-180\lambda}+180\lambda e^{-1}=0$. Soit f (x) = $-e^{-180x}+180xe^{-1}$, cette fonction est continue, strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$, (f '(x) = $180e^{-180x}+180e^{-1}$ fonction strictement positive par stricte positivité de la fonction exponentielle) et dont l'intervalle image de $\mathbb{R}^+$ par f contient 0 : faire un tableau de variations pour s'en convaincre donc par le corollaire du TVI, l'équation $-e^{-180x}+180xe^{-1}=0$ admet une unique solution x = $\lambda=\frac{1}{180}$.(solution évidente)



2. a. P(X= 20) = 0 car $\int_{20}^{20} \lambda(e^{-\lambda x}+e^{-1})\,dx$ = 0 ; c'est la surface réduite segment sous la courbe et au-dessus de l'axe des abscisses porté par la droite d'équation x = 20.

b. $P(0\leqslant X\leqslant 30)$ = $\int_0^{30}\frac{1}{180}(e^{\frac{-x}{180}}+e^{-1})\,dx$ **.** On pose F(x) = $-e^{\frac{-x}{180}}+\frac{e^{-1}x}{180}$. Donc $P(0\leqslant X\leqslant 30)$

= $[F(x)]_0^{30} = -e^{\frac{-1}{6}}+\frac{e^{-1}}{60}-(-e^{0}+0)=1-e^{\frac{-1}{6}}+\frac{1}{6e}\approx 0{,}21$ **.** C'est la surface coloriée à gauche.

c. $P(X\geqslant 60)=P(60\leqslant X\leqslant 180)$ = $\int_{60}^{180}\frac{1}{180}(e^{\frac{-x}{180}}+e^{-1})\,dx$ = $[F(x)]_{60}^{180}=F(180)-F(60)$ =

$-e^{-1}+e^{-1}-\left(-e^{\frac{-1}{3}}+\frac{1}{3e}\right)=e^{\frac{-1}{3}}-\frac{1}{3e}\approx 0{,}59$. C'est la surface hachurée à droite.

3. $P(60\leqslant X\leqslant 90)$ = $\int_{60}^{90}\frac{1}{180}(e^{\frac{-x}{180}}+e^{-1})\,dx$ = $F(90)-F(60)=-e^{\frac{-1}{2}}+e^{\frac{-1}{3}}+\frac{1}{6e}\approx 0{,}17$.

La probabilité que le client se présente dans moins de 30 minutes sachant qu'il est 10 heures vaut :

$P_{(X\geqslant 60)}(60\leqslant X\leqslant 90)$ = $\frac{P((X\geqslant 60)\cap(60\leqslant X\leqslant 90))}{P(X\geqslant 60)}$ = $\frac{P(60\leqslant X\leqslant 90)}{P(X\geqslant 60)}$ =

$\frac{-e^{\frac{-1}{2}}+e^{\frac{-1}{3}}+\frac{1}{6e}}{e^{\frac{-1}{3}}-\frac{1}{3e}}\approx 0{,}29$.

Or $P_{(X\geqslant 60)}(X\geqslant 90)=1-P_{(X\geqslant 60)}(X<90)=1-P_{(X\geqslant 60)}(60\leqslant X\leqslant 90)\approx 0{,}71$ et $P(X\geqslant 30)$ = 1- P(X < 30) ≈0,79 .(cf question **2b**)

Donc : $P_{(X\geqslant 60)}(X\geqslant 60+30)$ n'est pas égal à $P(X\geqslant 30)$.

Ce n'est donc pas une vie sans vieillissement ou ce n'est pas une loi sans mémoire.

Exercice 120 page 206 :

1. $\int_0^{\pi}\sin^4(x)\,dx=\int_0^{\pi}\frac{3}{8}-\frac{1}{2}\cos(2x)+\frac{1}{8}\cos(4x)\,dx=\left[\frac{3}{8}x-\frac{1}{4}\sin(2x)+\frac{1}{32}\sin(4x)\right]_0^{\pi}=\frac{3}{8}\pi$.

2. $g(x)=\pi R^2$ avec *R* = sin² *(x)* .

3. *V* = $\int_0^{\pi} g(x)\,dx=\int_0^{\pi}\pi\sin^4(x)\,dx=\pi\int_0^{\pi}\sin^4(x)\,dx=\frac{3}{8}\pi^2$ *cm³.*