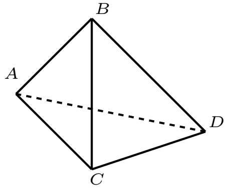
Exemple 2. Montrer que les segments qui joignent les milieux des arêtes opposées d'un tétraèdre sont concourants en leur milieu.



2.2. Droites de l'espace

2.2.1 Exercice

Exemple 3. Soient $A(2;3;1)$, $B(5;-2;3)$ et $C(-4;13;z)$ trois points du plan ou de l'espace. Trouver la valeur de z telle que A, B et C soient alignés

2.2.2 Représentation paramétrique

Définition 5.

Système d'équations paramétriques d'une droite

Si l'espace est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k}\right)$, et $M(x;y;z)$, alors M appartient à une droite passant par A de vecteur directeur $\vec{u}$ si et seulement si

$$\left\{\begin{array}{lllll} x & = & x_A & + & t\,x_{\vec{u}} \\ y & = & y_A & + & t\,y_{\vec{u}} \\ z & = & z_A & + & t\,z_{\vec{u}} \end{array}\right. \qquad \text{où } t \text{ est un paramètre réel.}$$

Ceci constitue un système d'équations paramétriques de la droite $d(A, \vec{u})$

Application

Soient le point $A(1;-4;3)$ et le vecteur $\overrightarrow{u}(5;1;-2)$.

Alors la droite (d) passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ admet pour représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{ll} x & = 1 + 5t \\ y & = -4 + t \\ z & = 3 - 2t \end{array}\right.$$

c'est-à-dire qu'un point $M(x;y;z)$ appartient à cette droite si et seulement si ses coordonnées $(x;y;z)$ vérifient ce système d'équations.

Remarque 1. Le **segment** $[AB]$ est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$ avec $t \in [0;1]$.

Exemple 4.

1. Dans le cube $ABCDEFHH$, on considère le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Déterminer un système d'équations paramétrique de (BH), puis de la parallèle d à (BH) passant par G.
2. Trouver deux points et un vecteur directeur de d : $\left\{\begin{array}{lll} x & = & -3 \\ y & = & 4 + 2t \\ z & = & -t \end{array}\right.$.
3. Dire si $A(-3;6;-1)$ et $B(-3;-4;3)$ appartiennent à la droite d précédemment définie.
4. Position relative de d et (MN) où $M(3;0;3)$ et $N(0;3;1)$?

2.3. Plans de l'espace

2.3.1 Exercice

Exemple 5.

1. Les points $A(0;-1;0)$, $B(-2;-3;2)$, $C(4;-1;-7)$ et $D(0;-5;-3)$ appartiennent-ils à un même plan ?
   Même question avec $D(0;-5;-4)$.

2.3.2 Système d'équations paramétriques d'un plan.

Définition 6.

Système d'équations paramétriques d'un plan

Si l'espace est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k}\right)$, et $M(x;y;z)$, alors M appartient au plan passant par A de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ si et seulement si

$$\left\{\begin{array}{lllllll} x & = & x_A & + & t_1\,x_{\vec{u}} & + & t_2\,x_{\vec{v}} \\ y & = & y_A & + & t_1\,y_{\vec{u}} & + & t_2\,y_{\vec{v}} \\ z & = & z_A & + & t_1\,z_{\vec{u}} & + & t_2\,z_{\vec{v}} \end{array}\right. \qquad \text{où } t_1 \text{ et } t_2 \text{ sont des paramètres réels.}$$

Ceci constitue une système d'équations paramétriques du plan $\mathcal{P}(A, \vec{u}, \vec{v})$