Loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

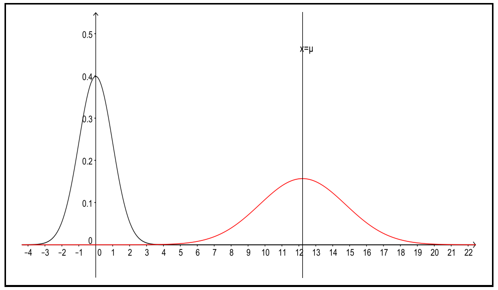
1. Définition

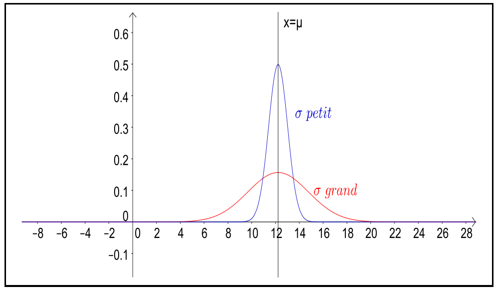
Extrait du programme : la connaissance d'une expression algébrique de la fonction de densité de la loi $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ n'est pas un attendu du programme.

Définition 1. *Soient deux réels μ et σ avec $\sigma > 0$. Une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ si la variable aléatoire $T = \frac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale $\mathcal{N}(0; 1)$.*

Remarque 1. *La densité de probabilité d'une variable aléatoire qui suit $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ est représentée par une courbe « en cloche » dont l'axe de symétrie est la droite d'équation $x = \mu$.*

Propriété 1. *Si X suit la loi $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ alors son espérance est μ, sa variance est σ^2 et son écart type est σ.*

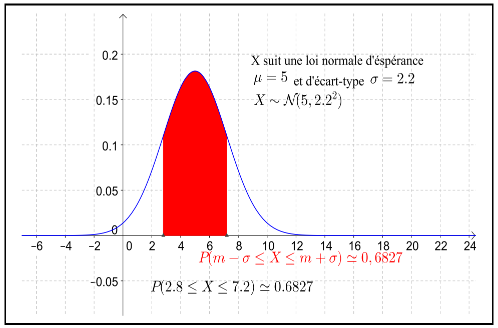


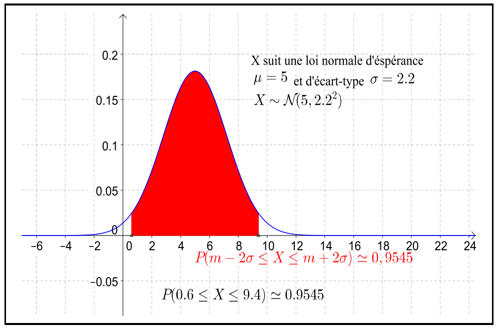


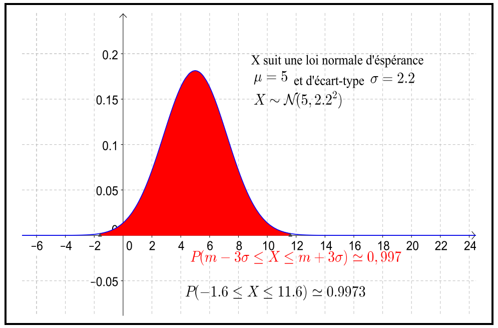
2. Intervalles à 1, 2 ou 3 sigmas

Propriété 2. *Si X est une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ alors :*

- $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0,68$
- $P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,95$
- $P(\mu - 3\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 3\sigma) \approx 0,997$



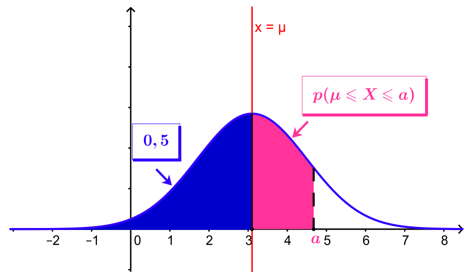




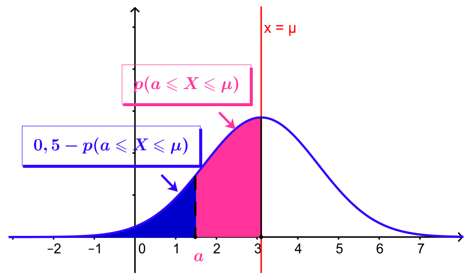
On constate que la probabilité d'obtenir une valeur de X distante de plus de 3σ de la moyenne μ est presque nulle.

Calcul de $\mathbf{P(X \leqslant a)}$:

Si a $\geqslant \mu$: on utilise
$\mathbf{P(X \leqslant a) = 0,5 + P(\mu \leqslant X \leqslant a)}$

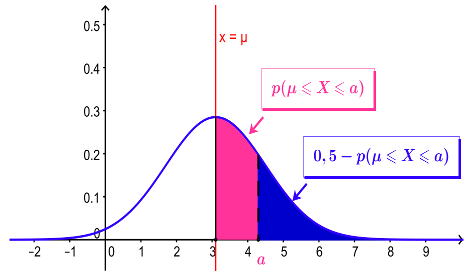


Si a $\leqslant \mu$: on utilise
$\mathbf{P(X \leqslant a) = 0,5 - P(a \leqslant X \leqslant \mu)}$



Calcul de $\mathbf{P(X \geqslant a)}$:

Si a $\geqslant \mu$: on utilise
$\mathbf{P(X \geqslant a) = 0,5 - P(\mu \leqslant X \leqslant a)}$



Si a $\leqslant \mu$: on utilise
$\mathbf{P(X \geqslant a) = 0,5 + P(a \leqslant X \leqslant \mu)}$