Exercice 75 page 111

75 Des propriétés à leur application

1. Avec des vecteurs, comment peut-on démontrer :

a. que deux droites sont parallèles ?

b. que trois points sont alignés ?

2. On donne les points A(–3 ; 1), B(1 ; 3), C(3 ; 1), D(–3 ; –2), E(0 ; –1) et F(6 ; 1).

a. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

b. Les points D, E et F sont-ils alignés ? Justifier.

1) On montre que les vecteurs sont colinéaires.

2) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1-(-3)\\3-1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3-3\\-2-1\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix}4 & -6\\2 & -3\end{vmatrix} = 4\times(-3) - 2\times(-6)$

$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) = -12+12 = 0$

Comme le déterminant est nul, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

b) $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$ $\det(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}) = \begin{vmatrix}3 & 9\\1 & 3\end{vmatrix} = 3\times3-1\times9 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires, les droites (DE) et (DF) sont parallèles avec D en commun, les points D, E, F sont alignés.

Exercice 102 page 115

102 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on a A(4 ; 4), B(−2 ; 1) et C(3 ; −2).
On considère le point M(x ; y) où x et y sont deux nombres réels.

1. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$.

b. Vérifier que $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = 3x - 6y + 12$.

c. Démontrer que M appartient à la droite (AB) si et seulement si $x - 2y + 4 = 0$.

d. En déduire l'équation réduite de la droite (AB).

2. a. Vérifier que $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = 3x - 6y - 21$.

b. La droite Δ est la parallèle à (AB) passant par C. Démontrer que M appartient à la droite Δ si et seulement si $x - 2y - 7 = 0$.

c. En déduire l'équation réduite de la droite Δ.

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-4\\y-4\end{pmatrix}$.

$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = \begin{vmatrix}-6 & x-4\\ -3 & y-4\end{vmatrix} = -6\times(y-4) - (-3)(x-4)$

$= -6y + 24 + 3x - 12$

$= 3x - 6y + 12$

c) $M \in (AB) \iff \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

$\iff \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = 0$

$\iff 3x - 6y + 12 = 0$

une équation cartésienne de (AB)

d) $3x - 6y + 12 = 0 \iff 3x + 12 = 6y \iff \dfrac{3x+12}{6} = y$

$\iff \boxed{y = \frac{1}{2}x + 2}$ équation réduite de (AB)

Fonctions affines

INÉQUATIONS

1. inéquation du premier degré

1.1. Rappels sur les fonctions affines

Définition 1.

Soit m et p deux réels.
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ est une fonction affine.

EXEMPLES

- La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{2} - 3$ est une fonction affine avec $m = \dfrac{1}{2}$ et $p = -3$.
- La fonction f définie pour tout réel $x \neq 0$ par $f(x) = \dfrac{2}{x} - 3$ n'est pas une fonction affine.

1.11 cas particuliers

- Dans le cas où $p = 0$, la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx$ est appelée fonction linéaire.
- Dans le cas où $m = 0$, la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = p$ est une fonction constante.

DIAPORAMA