1. Vocabulaire

Définition 1.

Une *expérience aléatoire* est un processus dont le résultat est incertain.
On appelle *univers* d'une expérience aléatoire l'ensemble Ω des *issues* possibles de l'expérience (ou *évènements élémentaires*).
Dans ce chapitre, on supposera que l'univers est un ensemble fini.
Définir la *loi de probabilité* d'une expérience aléatoire dont l'univers est fini, c'est associer à chaque issue possible un nombre entre 0 et 1 (sa *probabilité*) qui représente les chances ou les risques que l'expérience aboutisse à ce résultat.
La somme des probabilités de chacune des issues possibles doit valoir 1.

Exemple 1. *Lancer une pièce équilibrée est une expérience aléatoire d'univers* $\Omega = \{pile, face\}$.
La probabilité de l'évènement élémentaire « pile » est $p(pile) = 0{,}5$ *et de même,* $p(face) = 0{,}5$.
On a bien défini une loi de probabilité : $p(pile) + p(face) = 1$.

⚠ L'univers Ω n'est pas un nombre, mais un ensemble : dans l'exemple précédent, l'univers Ω est l'ensemble composé des 2 issues « pile » et « face ».

Définition 2.

La loi de probabilité d'une expérience aléatoire est dite *équirépartie* si chaque évènement élémentaire a la même probabilité. Si l'univers Ω compte n issues possibles, la probabilité de chacune des issues est donc $\frac{1}{n}$.

Exemple 2. *On considère l'expérience aléatoire consistant au lancer d'un dé équilibré.*

Quelle indication signifie que la loi de probabilité est équirépartie ? ....

Lister les issues qui composent l'univers de l'expérience : $\Omega =$ ....

Décrire la loi de probabilité de cette expérience :

Issue						
Probabilité						

1.1. Évènement

Définition 3.

Étant donnée une expérience aléatoire, un *évènement* A est une partie de l'univers Ω : il est donc composé d'un certain nombre d'issues possibles de l'expérience.
La probabilité d'un évènement A est le nombre noté $p(A)$ qui est la somme des probabilités de chacune des issues qui composent l'évènement A. Ce nombre représente la chance ou le risque que l'évènement se produise.

Exemple 3. *On reprend l'exemple 2 du dé. Soit A l'évènement « le résultat est strictement plus grand que 4 ». On note* $A = \{5, 6\}$ *et :*

$p(A) = p(5) + p(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Soit B l'évènement « le résultat est pair ». $B =$ ....

$p(B) =$ ....

Proposition 1.

Si la loi de probabilité est équirépartie : $\boxed{p(A) = \dfrac{\text{nombre d'issues dans } A}{\text{nombre total d'issues dans } \Omega}}$

2. Opérations sur les évènements

On considère une expérience aléatoire d'univers fini Ω et $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ deux évènements.

2.1. Évènement certain, évènement impossible

L'évènement *certain* Ω est composé de toutes les issues possibles : sa probabilité est $\boxed{p(\Omega) = 1}$
Il est certain que cet évènement se réalise.
L'évènement *impossible* $\varnothing$ ne contient aucune des issues possibles : sa probabilité est $\boxed{p(\varnothing) = 0}$
Il est certain que cet évènement ne se réalise pas.

2.2. Évènement contraire

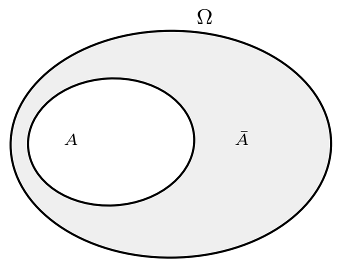
Définition 4.

L'évènement *contraire* de l'évènement A est l'évènement $\bar{A}$ composé des toutes les issues de l'univers qui ne sont pas dans A. Sa probabilité est $\boxed{p(\bar{A}) = 1 - p(A)}$

Exemple 4. *Expérience 2 (dé) avec* $A = \{5, 6\}$.
Décrire $\bar{B}$ *par une liste, par une phrase, et donner sa probabilité.*

....

....

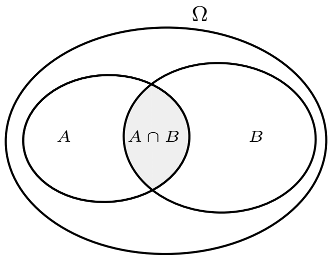


2.3. Intersection d'évènements

Définition 5.

L'*intersection* des évènements A et B est l'évènement noté $A \cap B$.
Cet évènement est réalisé lorsque A **et** B sont réalisés en même temps.
Lorsque $A \cap B = \varnothing$, A et B sont dits *incompatibles* ou *disjoints*.

Exemple 5. *Expérience 2 (dé), avec* $A = \{5, 6\}$ *et* $B = \{2, 4, 6\}$.
Décrire $A \cap B$ *par une liste, une phrase et donner sa probabilité.*



. . . .

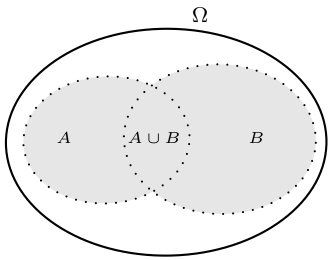
. . . .

2.4. Union d'évènements

Définition 6.

L'*union* des évènements A et B est l'évènement noté $A \cup B$, il est réalisé lorsque A **ou** B sont réalisés. (c'est-à-dire si A est réalisé ou B est réalisé ou A et B sont réalisés en même temps).
Une *partition* de l'univers Ω est un ensemble d'évènements deux à deux incompatibles $A_1, ..., A_k$ tels que $A_1 \cup ... \cup A_k = \Omega$. (recouvrement sans superposition).
On a alors : $\boxed{p(A_1) + ... + p(A_k) = 1}$.

Exemple 6. *Expérience 2 (dé), avec* $A = \{5, 6\}$ *et* $B = \{2, 4, 6\}$.
Décrire $A \cup B$ *par une liste, une phrase, et donner sa probabilité.*



. . . .

. . . .

Proposition 2.

$$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$$