Systemes

$ax + by + c = 0$, avec a, b, c trois réels et $(a ; b) \neq (0 ; 0)$ est une équation de droite de vecteur directeur $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$

Exercice 3 : On considère le système suivant : $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

En interprétant graphiquement chacune des équations, justifier que le système admet une unique solution. Que représente cette solution ? Préciser la solution.

$3x - 2y = 4$ est une équation de droite de vecteur directeur $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

x	2	6
y	1	7

$\underbrace{3 \times 2}_{6} - 2y = 4$

$6 - 2y = 4$

$-2y = 4 - 6 = -2$

$y = \frac{-2}{-2} = 1$

$3 \times 6 - 2y = 4$

$18 - 2y = 4$

$-2y = 4 - 18 = -14$

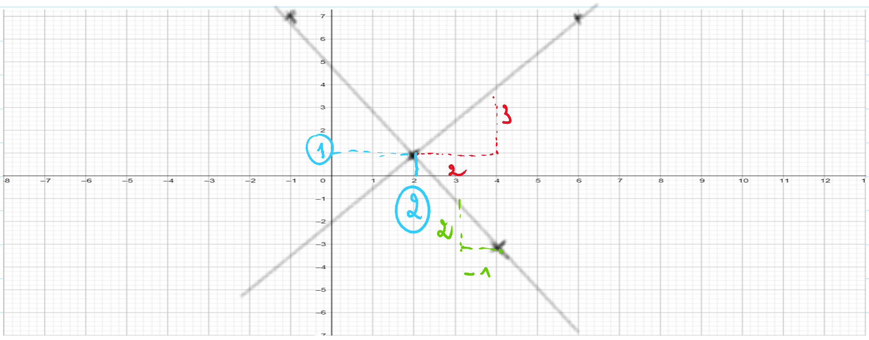
$y = -\frac{14}{-2} = 7$

$2x + y = 5$ est une équation de droite de vecteur directeur $\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$

x	-1	4
y	7	-3

$\leftarrow 2 \times 4 + y = 5$

$2 \times (-1) + y = 5$



$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ a une unique solution $(2 ; 1)$ qui correspond aux coord. du points d'intersection

(résolution graphique)

Systemes

Exercice 4 : Résoudre les systèmes.

1. $\begin{cases} 5x+2y &= 2 \\ 15x+6y &= 4 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 6x+2y &= 9 \\ 2x-y &= -3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x-6y &= 18 \\ x-2y &= 6 \end{cases}$

1) $\begin{cases} 5x+2y=2 \\ 15x+6y=4 \end{cases}$ $3L_1-L_2$ $\underset{\text{m̂ solutions}}{\overset{\text{a les}}{\Longleftrightarrow}}$ $\begin{cases} 5x+2y=2 \\ 0x+0y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+2y=2 \\ 0=2 \end{cases}$

Brouillon

$5x+2y=2 \quad \times 3$

$-$

$15x+6y=4$

$0x+0y=2$

le système n'a aucune solution

$S=\emptyset$.

(graphiquement, les droites sont parallèles strictement)

2) $\begin{cases} 6x+2y=9 \\ 2x-y=-3 \end{cases}$ L_1-3L_2 $\Leftrightarrow \begin{cases} 6x+2y=9 \\ 0x+5y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+2\times\frac{18}{5}=9 \\ y=\frac{18}{5} \end{cases}$

Brouillon

$6x+2y=9$

$-$

$2x-y=-3 \quad \times 3$

$0x+5y=18$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x+\frac{36}{5}=9 \\ y=\frac{18}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x=9-\frac{36}{5}=\frac{45}{5}-\frac{36}{5}=\frac{9}{5} \\ y=\frac{18}{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left\{ x=\frac{9}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{3\times\cancel{3}}{5\times\cancel{3}\times 2}=\frac{3}{10} \right.$ et $y=\frac{18}{5}$

$S=\left\{\left(\frac{3}{10};\frac{18}{5}\right)\right\}$

Graphiquement, $\left(\frac{3}{10};\frac{18}{5}\right)$ sont les coord. du point d'intersection des 2 droites d'équat° respectives $6x+2y=9$ et $2x-y=-3$

3) $\begin{cases} 3x-6y=18 \\ x-2y=6 \end{cases}$ L_1-3L_2 $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=6 \\ 0x-0y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=6 \\ 0=0 \end{cases}$ le syst. a une infinité de solutions

Brouillon :

$3x-6y=18$

$1x-2y=6 \leftarrow \times 3$

$3x-6y=18$

$-3x-6y=18$

$0x-0y=0$

$\{(x;y) \,/\, x-2y=6\}$

tel que

Graphiquement, les 2 droites sont confondues.

60 QCM

Le couple solution du système $\begin{cases} -x + y = 13 \\ 4x + 5y = 11 \end{cases}$ est :

a. ~~(0 ; 13)~~ b. ~~(−1 ; 12)~~ c. (−6 ; 7) d. $\left(\frac{3}{2} ; 1\right)$

$4 \times 0 + 5 \times 13 \neq 11$

$-x + y = -(-6) + 7 = 13$

$4x + 5y = 4 \times (-6) + 5 \times 7 = 11$

61 Résoudre de tête ce système d'équations en choisissant la méthode la plus adaptée.

a. $\begin{cases} x + 1y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$

$2y = -4$

$y = -2$

$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$

$2x = 6$

$x = 3$

$S = \{(3 ; -2)\}$

62 Résoudre de tête ce système d'équations en choisissant la méthode la plus adaptée.

a. $\begin{cases} a - b = 0 \\ 2a - b = 7 \end{cases}$ L2-L1

a = 7
b = 7

62 Résoudre de tête ce système d'équations en choisissant la méthode la plus adaptée.

b. $\begin{cases} 3a + 4b = 5 \\ -3a + 7b = 17 \end{cases}$

$11b = 22 \qquad b = 2$

$3a + 8 = 5 \Leftrightarrow 3a = -3 \Leftrightarrow a = -1$

$S = \{(-1\,;2)\}$

63 Expliquer ce que l'on peut déduire de cette capture d'écran du logiciel de calcul formel.

a.

```
resoudre([x+6y=12,7x+18y=-84],[x,y])
                    (-30   7)
```

Le couple $(-30\,;7)$ est solution du système $\begin{cases} x + 6y = 12 \\ 7x + 18y = -84 \end{cases}$

63 Expliquer ce que l'on peut déduire de cette capture d'écran du logiciel de calcul formel.

b.

```
resoudre([2x-3y=12,-2x+3y=24],[x,y])
                    []
```

Le système $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ -2x + 3y = 24 \end{cases}$ n'a aucune solution.

63 Expliquer ce que l'on peut déduire de cette capture d'écran du logiciel de calcul formel.

c.

resoudre([x-2y=4,-3x+6y=-12],[x,y])

$$\begin{pmatrix} x & \frac{-1}{2}(-x+4) \end{pmatrix}$$

le système $\begin{cases} 1x - 2y = 4 \\ -3x + 6y = -12 \end{cases}$ $\times(-3)$ a une infinité de solution

$\left\{ (x;y) \text{ avec } y = -\frac{1}{2}(-x+4) \right\}$

L_1 : $x - 2y = 4 \iff -2y = 4 - x \iff y = -\frac{1}{2} \times (4 - x)$.

Systemes

64 Associer au couple de droites (d_1) et (d_2) ci-dessous les coordonnées du point d'intersection correspondant.

a. $(d_1) : y = x - 2$ et $(d_2) : y = 3x$.

Points	
1. ~~(–3 ; 12)~~	**2.** (–1 ; –3)
3. ~~(–3 ; –12)~~	**4.** ~~(3 ; –1)~~
5. ~~(3 ; 1)~~ ?	**6.** ~~(3 ; –12)~~

64 Associer au couple de droites (d_1) et (d_2) ci-dessous les coordonnées du point d'intersection correspondant.

b. $(d_1) : y = 2x - 6$ et $(d_2) : x = -3$.

Points	
1. ~~(–3 ; 12)~~	**2.** ~~(–1 ; –3)~~
3. (–3 ; –12)	**4.** ~~(3 ; –1)~~
5. ~~(3 ; 1)~~	**6.** ~~(3 ; –12)~~

64 Associer au couple de droites (d_1) et (d_2) ci-dessous les coordonnées du point d'intersection correspondant.

c. $(d_1) : y = -3x + 3$ et $(d_2) : y = -x + 9$.

Points	
1. (–3 ; 12)	**2.** ~~(–1 ; –3)~~
3. ~~(–3 ; –12)~~	**4.** ~~(3 ; –1)~~
5. ~~(3 ; 1)~~	**6.** ~~(3 ; –12)~~

64 Associer au couple de droites (d_1) et (d_2) ci-dessous les coordonnées du point d'intersection correspondant.

d. $(d_1) : y = -1$ et $(d_2) : x = 3$.

Points	
1. (–3 ; 12)	**2.** (–1 ; –3)
3. (–3 ; –12)	**4.** (3 ; –1)
5. (3 ; 1)	**6.** (3 ; –12)

64 Associer au couple de droites (d_1) et (d_2) ci-dessous les coordonnées du point d'intersection correspondant.

e. $(d_1) : -x + 3y = 0$ et $(d_2) : 2x + 3y - 9 = 0$.

Points	
1. ~~(–3 ; 12)~~	**2.** ~~(–1 ; –3)~~
3. ~~(–3 ; –12)~~	**4.** ~~(3 ; –1)~~

1. ~~(–3 ; 12)~~	**2.** ~~(–1 ; –3)~~
3. ~~(–3 ; –12)~~	**4.** ~~(3 ; –1)~~
5. (3 ; 1)	**6.** ~~(3 ; –12)~~