mercredi 13 mai 2020 18:42

Exercice. 99 page 115

99 RUBI est un parallélogramme.
Le point O est le milieu du segment [RI].
Le point L appartient au segment [OU] et $OL = \frac{1}{3}OU$.

1. Sans repère

a. Exprimer les vecteurs $\vec{RB}$ et $\vec{RL}$ en fonction des vecteurs $\vec{RO}$ et $\vec{RU}$.

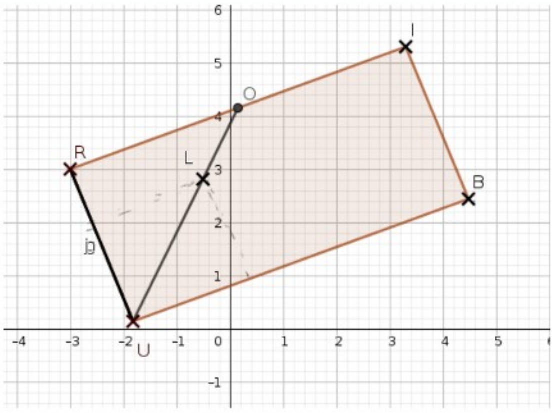
b. Que peut-on en déduire ?

2. Avec un repère

a. Choisir un repère et donner les coordonnées des points R, U, B, I et O.

b. Déterminer les coordonnées du point L.

c. Les points R, B et L sont-ils alignés ?



1) $\vec{RB}$ en fonction de $\vec{RO}$ et $\vec{RU}$.

$(\vec{RB} = ?\vec{RO} + ?\vec{RU})$

Grâce à la relation de Chasles :

$\vec{RB} = \vec{RU} + \vec{UB} = \vec{RU} + \vec{RI}$

car $\vec{UB} = \vec{RI}$: RUBI est un parallélogramme

$\vec{RB} = \vec{RU} + 2\vec{RO}$ car $\vec{RI} = 2\vec{RO}$: O est milieu de [RI]

$\vec{RL} = \vec{RU} + \vec{UL} = \vec{RU} + \frac{2}{3}\vec{UO}$

$= \vec{RU} + \frac{2}{3}(\vec{UR} + \vec{RO})$

$= \underbrace{\vec{RU} - \frac{2}{3}\vec{RU}} + \frac{2}{3}\vec{RO} = \frac{1}{3}\vec{RU} + \frac{2}{3}\vec{RO}$

donc $\vec{RB} = 1\vec{RU} + 2\vec{RO}$

$\vec{RL} = \frac{1}{3}\vec{RU} + \frac{2}{3}\vec{RO}$ $\times\frac{1}{3}$

donc $\frac{1}{3}\vec{RB} = \vec{RL}$.

$\vec{RB}$ et $\vec{RL}$ sont colinéaires

donc (RB) et (RL) sont parallèles

avec R en commun : elles sont donc confondues : R, L, B sont alignés

2) RUBI est un parallélogramme

On peut choisir $(U ; \vec{UB}, \vec{UR})$

$U(0;0)$ $B(1;0)$ car $\vec{UB} = 1\vec{UB} + 0\vec{UR}$

$R(0;1)$ $I(1;1)$ $\vec{UI} = 1\vec{UB} + 1\vec{UR}$ règle du parallélogramme

O milieu de [RI] $O\left(\frac{x_R+x_I}{2} ; \frac{y_R+y_I}{2}\right)$ soit $\boxed{O\left(\frac{1}{2} ; 1\right)}$

$OL = \frac{1}{3}OU$ (en distance)

$\vec{OL}, \vec{OU}$ ont même direction, même sens $\Big\}$ $\vec{OL} = \frac{1}{3}\vec{OU}$

$\vec{OU}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}0-\frac{1}{2}\\0-1\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\-1\end{pmatrix}$ donc $\frac{1}{3}\times\vec{OU}$ a pour coord $\begin{pmatrix}-\frac{1}{6}\\-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$

$\vec{OL} = \frac{1}{3}\vec{OU}$, $\vec{OL}$ a pour coord $\begin{pmatrix}-\frac{1}{6}\\-1/3\end{pmatrix}$ donc $\vec{OL}\begin{pmatrix}x_L - x_O\\ y_L - y_O\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}x_L-\frac{1}{2}\\ y_L-1\end{pmatrix}$

$\vec{OL} = \frac{1}{3}\vec{OU}$, $\vec{OL}$ a pour coord $\begin{pmatrix} -\frac{1}{6} \\ -1/3 \end{pmatrix}$ donc $\vec{OL}\begin{pmatrix} x_L - x_0 \\ y_L - y_0 \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} x_L - \frac{1}{2} \\ y_L - 1 \end{pmatrix}$

donc $\begin{cases} -\frac{1}{6} = x_L - \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} = y_L - 1 \end{cases} \iff \begin{cases} -\frac{1}{6} + \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = x_L \\ -\frac{1}{3} + 1 \times \frac{3}{3} \quad y_L \end{cases} \iff \begin{cases} \frac{2}{6} = x_L \\ \frac{2}{3} = y_L \end{cases}$ $\quad x_L = \frac{1}{3}$ $\quad y_L = \frac{4}{3}$.

$L\left(\frac{1}{3} ; \frac{2}{3}\right)$

$\vec{RB}\begin{pmatrix} 1-0 \\ 0-1 \end{pmatrix}$ soit $\vec{RB}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\vec{BL}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} - 1 \\ \frac{2}{3} - 0 \end{pmatrix}$ soit $\vec{BL}\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

$\det(\vec{RB}, \vec{BL}) = \begin{vmatrix} 1 & -2/3 \\ -1 & 2/3 \end{vmatrix} = 1 \times \frac{2}{3} - (-1) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 0$

$\vec{RB}$ et $\vec{BL}$ sont colinéaires donc (RB) et (BL) sont parallèles avec un point commun donc R, B, L alignés.

dimanche 17 mai 2020 21:42

Exercice 91 page 114.

91 PROGRAMMATION python

1. La fonction en Python suivante a pour paramètres $(x_A ; y_A)$, $(x_B ; y_B)$ et $(x_C ; y_C)$, les coordonnées respectives de trois points A, B et C.

```
def grav(xA,yA,xB,yB,xC,yC):
    xG=(xA+xB+xC)/3
    yG=(yA+yB+yC)/3
    return [xG,yG]
```

On appelle cette fonction pour les points A(1 ; 2), B(5 ; −2) et C(0 ; −3).
Quelles sont alors les valeurs renvoyées ?

2. On munit le plan d'un repère d'origine O.

a. Démontrer l'équivalence suivante :

$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ si et seulement si $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$.

b. En déduire les coordonnées de G en fonction des coordonnées des points A, B et C.

c. Quel est le rôle de la fonction de la question **1** ?

1) grav(1, 2, 5, −2, 0, −3) renvoie [2, −1]

car $(x_A+x_B+x_C)/3 = (1+5+0)/3 = 2$

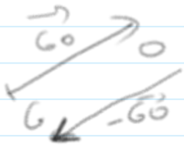
$(y_A+y_B+y_C)/3 = (2+(-2)+(-3))/3 = -3/3 = -1$

2) a) $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}=\vec{0}$ ssi $\vec{GO}+\vec{OA}+\vec{GO}+\vec{OB}+\vec{GO}+\vec{OC}=\vec{0}$

ssi $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}+3\vec{GO}=\vec{0}$ $\quad -3\vec{GO}$

ssi $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC} = -3\vec{GO}$

ssi $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC} = 3\vec{OG}$



$\boxed{\text{car}}$ $-\vec{GO}=\vec{OG}$

2 b) $\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}$ $\begin{pmatrix} x_A+x_B+x_C \\ y_A+y_B+y_C \end{pmatrix}$ $\quad 3\vec{OG}$ $\begin{pmatrix} 3x_G \\ 3y_G \end{pmatrix}$

des vecteurs égaux ont m̂ coord.

donc $\begin{cases} 3x_G = x_A+x_B+x_C \\ 3y_G = y_A+y_B+y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = (x_A+x_B+x_C)/3 \\ y_G = (y_A+y_B+y_C)/3 \end{cases}$

2c) la fonction grav permet de calculer les coord du point G tel que $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}=\vec{0}$

G étant le centre de gravité (point d'intersection des médianes)

Fonctions de référence

dimanche 24 mai 2020 19:39

Sans calculatrice et sans calculer les nombres donnés, ranger ces nombres par ordre croissant :

$\left(\frac{1}{3}\right)^2, \left(\frac{2}{15}\right)^2, \left(\frac{2}{3}\right)^2, \left(\frac{3}{5}\right)^2, \left(\frac{1}{5}\right)^2$

On compare : $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$; $\frac{2}{15}$; $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$; $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$; $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

$\frac{2}{15} < \frac{1}{5} < \frac{1}{3} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ la fonction carré est croissante sur $\mathbb{R}^+$ (elle conserve l'ordre) donc $\left(\frac{2}{15}\right)^2 < \left(\frac{1}{5}\right)^2 < \left(\frac{1}{3}\right)^2 < \left(\frac{3}{5}\right)^2 < \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Sans calculatrice et sans calculer les nombres donnés, ranger ces nombres par ordre croissant :

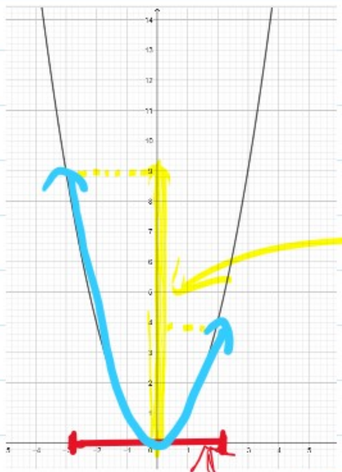
$\left(-\frac{1}{4}\right)^2, \left(-\frac{1}{10}\right)^2, \left(-\frac{2}{3}\right)^2, \left(-\frac{1}{2}\right)^2$

$-\frac{1}{4} = -\frac{15}{60}$; $-\frac{1}{10} = -\frac{6}{60}$; $-\frac{2}{3} = -\frac{40}{60}$; $-\frac{1}{2} = -\frac{30}{60}$

donc $\frac{6}{60} < \frac{15}{60} < \frac{30}{60} < \frac{40}{60}$ donc $-\frac{40}{60} < -\frac{30}{60} < -\frac{15}{60} < -\frac{6}{60}$ càd $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{2} < -\frac{1}{4} < -\frac{1}{10}$

la fonction carré est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ donc $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 > \left(-\frac{1}{2}\right)^2 > \left(-\frac{1}{4}\right)^2 > \left(-\frac{1}{10}\right)^2$

Déterminer graphiquement le meilleur encadrement de x^2 quand $-3 \leq x \leq 2$



si $-3 \leq x \leq 2$ alors $0 \leq x^2 \leq 9$