Page 1: Cours

lundi 23 mars 2020 09:24

Démonstration de : $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

ex de nombres décimaux : $2,2 = \frac{22}{10}$; $-3,569 = \frac{-3569}{1000} = -\frac{3569}{10^3}$

Un nombre décimal s'écrit $\frac{a}{10^n}$ avec a un entier ($a \in \mathbb{Z}$) et n naturel ($n \in \mathbb{N}$)

Raisonnement par l'absurde :

Je suppose que $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal et donc il existe a (entier) et n (naturel)

tel que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$ soit : $10^n = 3a$ donc 10^n est un multiple de 3

$\cancel{3} \times \frac{1}{\cancel{3}} \times 10^n = \frac{a}{\cancel{10^n}} \times \cancel{10^n} \times 3$

ex : 10^n : 10, $10^2 = 100$; 1000 ; 10 000 ....

la somme des chiffres de 10^n vaut : 1

contradiction

donc $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

Page 2 : exercice 45 page 50

lundi 23 mars 2020 10:15

a) $\dfrac{x \cdot (2x+1)}{x \cdot (4x+8)} = \dfrac{2x+1}{4x+8}$ pour $x \neq -2$ et $x \neq 0$

b) Pour $x \neq -1$

$$\dfrac{(x+1)(5x-1)}{(x+1)^2} = \dfrac{\boxed{(x+1)}(5x-1)}{\boxed{(x+1)}(x+1)} = \dfrac{5x-1}{x+1}$$

Page 3: exercice 46 page 50

lundi 23 mars 2020 10:25

1) Pour $x \neq -3$ et $x \neq 0$.

$$\frac{4x^2+7x}{x^2+3x} = \frac{x(4x+7)}{x(x+3)} = \frac{4x+7}{x+3}$$

2) Pour $x \neq -1$

$$\frac{2\underline{(x+1)}^2 - 5\underline{(x+1)}}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)(2(x+1)-5)}{(x+1)(x+1)} = \frac{2x-3}{x+1}$$

lundi 23 mars 2020 10:35

Démonstration de : $\sqrt{2}$ est un irrationnel ou $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ par l'absurde.

On suppose que $\sqrt{2}$ est un nb rationnel, c'est à dire qu'il existe deux nombres entiers p et q qui n'ont aucun autre diviseur commun que 1 tel que

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \quad \text{(fraction irréductible)}$$

donc : $\sqrt{2} \times q = p$ donc $(\sqrt{2} \times q)^2 = p^2$ soit $2q^2 = p^2$ donc p^2 est pair

on a prouvé que si p était impair alors $\underbrace{p^2 \text{ est impair}}_{\text{faux}}$ donc p est pair donc p s'écrit $p = 2n$ avec n entier donc $p^2 = (2n)^2 = 4n^2$ **donc :** $2q^2 = 4n^2$ soit $q^2 = 2n^2$

cela signifie que q^2 est pair donc q est pair donc $\sqrt{2} = \frac{p}{q} = \frac{2 \times p'}{2 \times q'}$ contradiction

impossible car $\frac{p}{q}$ est irréductible donc $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$