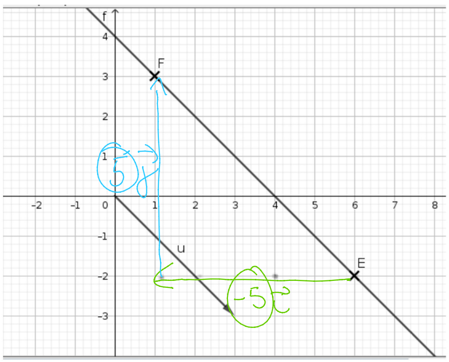
mercredi 13 mai 2020 18:45

Exercice. 74 page 111

74 On donne E(6 ; −2), F(1 ; 3) et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$.

a. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}$.
b. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont-ils colinéaires ?
c. Calculer la norme de $\vec{u}$ et celle de $\overrightarrow{EF}$.



a) $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}1-6\\3-(-2)\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-5\\5\end{pmatrix}$

b) $\det(\overrightarrow{EF},\vec{u}) = \begin{vmatrix}-5 & 3\\5 & -3\end{vmatrix} = (-5)\times(-3) - 5\times 3 = 15 - 15 = 0$

donc $\overrightarrow{EF}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

c) norme de $\vec{u} = \|\vec{u}\| = \sqrt{3^2+(-3)^2}$ car r.o.n

$= \sqrt{18} = \sqrt{3^2\times 2} = \sqrt{3^2}\times\sqrt{2}$

$= \boxed{3\sqrt{2}}$

norme de $\overrightarrow{EF} = \|\overrightarrow{EF}\| = EF = \sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}$ car r.o.n

$= \sqrt{(-5)^2+5^2}$

$= \sqrt{2\times 5^2} = \sqrt{5^2}\times\sqrt{2} = \boxed{5\sqrt{2}}$

mercredi 13 mai 2020 18:14

Exercice. 71 page 111

71 Dans chaque cas, dire si les vecteurs sont colinéaires.

a. $\vec{a}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$. **b.** $\vec{c}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{d}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$.

c. $\vec{e}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{f}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$. **d.** $\vec{g}\begin{pmatrix}0,5\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{h}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$.

b) $\det(\vec{c}, \vec{d}) = \begin{vmatrix}2 & -3\\4 & -6\end{vmatrix} = 2\times(-6) - 4\times(-3) = 0$

$\vec{c}$ et $\vec{d}$ sont colinéaires.

c) $\det(\vec{e}, \vec{f}) = \begin{vmatrix}2 & -4\\-1 & 2\end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times(-4) = 4 - 4 = 0$

$\vec{e}$ et $\vec{f}$ sont colinéaires

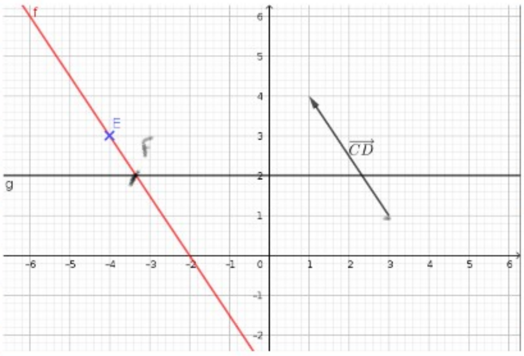
d) $\det(\vec{g}, \vec{h}) = \begin{vmatrix}0,5 & 3\\-1 & 4\end{vmatrix} = 0,5\times 4 - 3\times(-1) = 2 - (-3) = 5 \neq 0$

donc $\vec{g}$ et $\vec{h}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 98 page 115

98 Le plan est muni d'un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.
On sait que E(−4 ; 3) et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

- Déterminer l'abscisse du point F d'ordonnée 2 telle que les droites (EF) et (CD) soient parallèles.



On nomme x l'abscisse de F donc F$(x\,;2)$

$\det(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix}x-(-4) & -2\\ \underbrace{2-3}_{} & 3\end{vmatrix} = (x+4)\times 3 - (-1)\times(-2)$

coord de $\overrightarrow{EF}$

$= 3x + 12 - 2 = 3x + 10$

$(EF) // (CD)$ ssi $\det(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{CD}) = 0$

ssi $3x + 10 = 0$

ssi $x = -\frac{10}{3} \approx -3,33\ldots$

(rappel x est un rationnel : $x \in \mathbb{Q}$)

Exercice 102 page 115

102 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on a A(4 ; 4), B(−2 ; 1) et C(3 ; −2).
On considère le point M$(x\,;y)$ où x et y sont deux nombres réels.

1. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$.

b. Vérifier que $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = 3x - 6y + 12$.

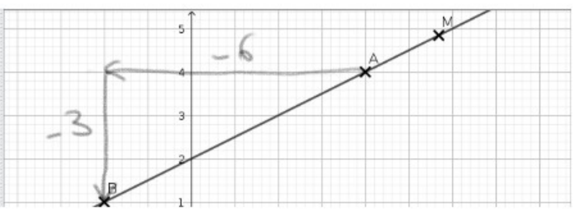
c. Démontrer que M appartient à la droite (AB) si et seulement si $x - 2y + 4 = 0$.

d. En déduire l'équation réduite de la droite (AB).

2. a. Vérifier que $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = 3x - 6y - 21$.

b. La droite Δ est la parallèle à (AB) passant par C. Démontrer que M appartient à la droite Δ si et seulement si $x - 2y - 7 = 0$.

c. En déduire l'équation réduite de la droite Δ.



1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-4\\1-4\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-4\\y-4\end{pmatrix}$

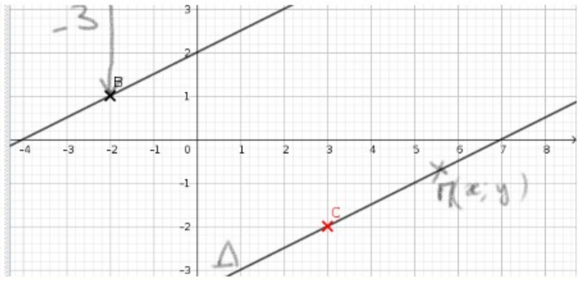
b) $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = \begin{vmatrix}-6 & x-4\\-3 & y-4\end{vmatrix} = -6\times(y-4) - (-3)\times(x-4)$

$= -6y + 24 + 3x - 12$

$= 3x - 6y + 12$

c) M appartient à (AB) équivaut à A, B, M alignés

équivaut à $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = 0$



c) M appartient à (AB) équivaut à A, B, M alignés

équivaut à dét($\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}$) $= 0$

équivaut à $3x - 6y + 12 = 0$ ÷ 3

équivaut à $\boxed{x - 2y + 4 = 0}$ (en divisant par 3 les 2 membres)

une équation cartésienne de (AB)

2) A(4;4) B(-2;1) C(3;-2)

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = \begin{vmatrix} -6 & x-3 \\ -3 & y-(-2) \end{vmatrix} = -6\times(y+2) - (-3)\times(x-3) = -6y - 12 + 3x - 9$$
$$= 3x - 6y - 21$$

M appartient à la parallèle à (AB) passant par C ssi $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}$ sont colinéaires ssi dét($\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}$) $= 0$ ssi $3x - 6y - 21 = 0$

ssi $\boxed{x - 2y - 7 = 0}$ (en divisant par C)

Équation cartésienne de Δ

	équation cartésienne	calculs	équation réduite
(AB)	$x - 2y + 4 = 0$ question 1.c	$x - 2y = -4$ $\Leftrightarrow -2y = -4 - x$ $\Leftrightarrow y = \frac{-4-x}{-2} = 2 + \frac{1}{2}x$	$y = 2 + \frac{1}{2}x$. m̂ coeff dir. car (AB)//Δ.
Δ	$x - 2y - 7 = 0$ question 2b.	$x - 2y = 0 + 7$ $\Leftrightarrow -2y = 7 - x$ $\Leftrightarrow y = -3,5 + \frac{1}{2}x$	$y = -3,5 + \frac{1}{2}x$.

mercredi 13 mai 2020 18:42

Exercice. 99 page 115

99 RUBI est un parallélogramme.
Le point O est le milieu du segment [RI].
Le point L appartient au segment [OU] et $OL = \frac{1}{3}OU$.

1. Sans repère

a. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{RB}$ et $\overrightarrow{RL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{RO}$ et $\overrightarrow{RU}$.

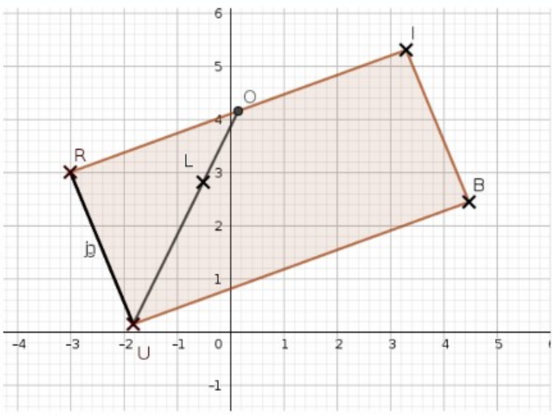
b. Que peut-on en déduire ?

2. Avec un repère

a. Choisir un repère et donner les coordonnées des points R, U, B, I et O.

b. Déterminer les coordonnées du point L.

c. Les points R, B et L sont-ils alignés ?



1) $\overrightarrow{RB}$ en fonction de $\overrightarrow{RO}$ et $\overrightarrow{RU}$.

($\overrightarrow{RB}$ = ? $\overrightarrow{RO}$ + ?? $\overrightarrow{RU}$)

Grâce à la relation de Chasles :

$\overrightarrow{RB} = \overrightarrow{RU} + \overrightarrow{UB} = \overrightarrow{RU} + \overrightarrow{RI}$

car $\overrightarrow{UB} = \overrightarrow{RI}$: RUBI est un parallélogramme

$\overrightarrow{RB} = \overrightarrow{RU} + 2\overrightarrow{RO}$ car $\overrightarrow{RI} = 2\overrightarrow{RO}$: O est milieu de [RI]

$\overrightarrow{RL}$