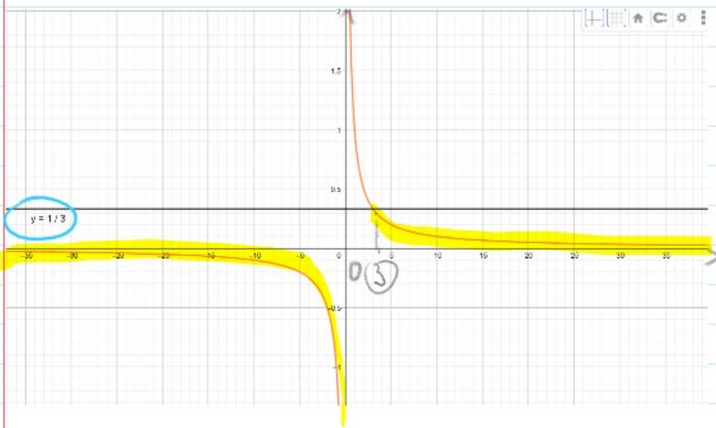
Fonction inverse

Exercice 104 page 192.

104 a. $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{x} > \frac{2}{5}$ c. $-\frac{2}{3} < \frac{1}{x} < -\frac{1}{9}$



a) $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

soit $x<0$ et $\frac{1}{x} < 0$ et $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

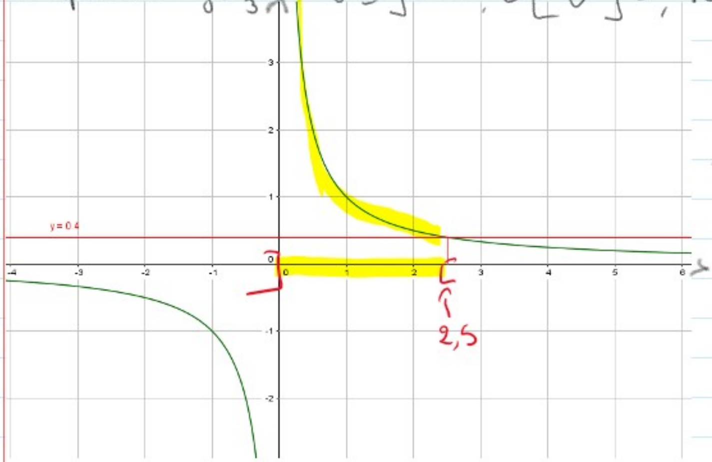
l'inéquation est toujours vérifiée

soit $x>0$ $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

$x > 3$ la fonction inverse est str. décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$

$S =]-\infty ; 0[\cup]3 ; +\infty[$

Graphiquement, on regarde les abscisses des pts de l'hyperbole en dessous de la droite d'équation $y = \frac{1}{3}$. $S =]-\infty ; 0[\cup]3 ; +\infty[$



b) $\frac{1}{x} > \frac{2}{5}$

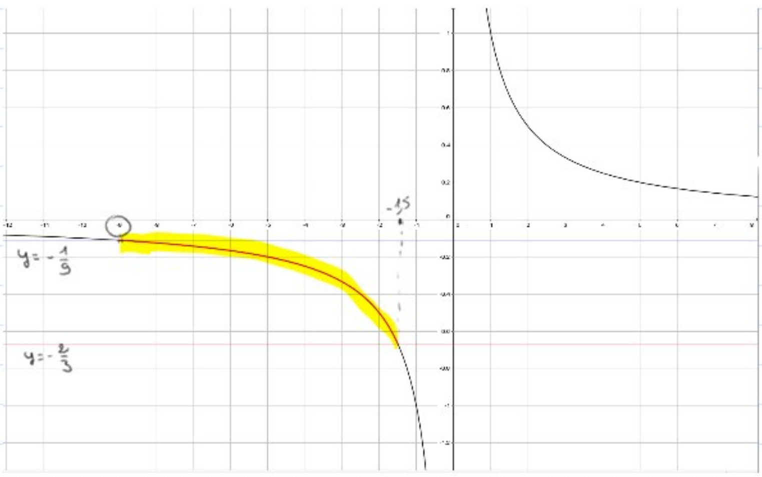
soit $x<0$: l'inéquation n'est jamais vérifiée.

soit $x>0$ $\frac{1}{x} > \frac{2}{5}$

$x < \frac{5}{2}$ la fct inverse est strict. décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$.

$S =]0 ; 2,5[$

Graphiquement, on regarde les abscisses des pts de l'hyperbole au dessus de la droite $y = \frac{2}{5} = 0,4$ $S =]0 ; 2,5[$



c) $-\frac{2}{3} < \frac{1}{x} < -\frac{1}{9} < 0$.

la fonction inverse est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{*-}$

$-\frac{3}{2} > x > -9$

$S =]-9 ; -\frac{3}{2}[$

Graphiquement, on regarde les abscisses

graphiquement, on regarde les abscisses des pts de l'hyperbole situés entre les droites d'équation $y = -\frac{2}{3}$ et $y = -\frac{1}{9}$

$S =]-9 ; -\frac{3}{2}[$

$$\frac{4\times 1}{4\times 3} - \frac{1\times 3}{4\times 3}$$

106 Résoudre les équations.

a. $\dfrac{1}{x-2} = \dfrac{3}{4}$ dans $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

b. $\dfrac{1}{3x+9} = 1$ dans $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$.

c. $\dfrac{1}{5x} = \dfrac{3}{77}$ dans $\mathbb{R}^*$.

a) $\dfrac{1}{x-2} = \dfrac{3}{4}$

$x=2$ est valeur interdite

$$\frac{1}{x-2} = \frac{3}{4} \iff \frac{4}{4}\times\frac{1}{(x-2)} - \frac{3\times(x-2)}{4\times(x-2)} = 0$$

$$\iff \frac{4-3x+6}{4(x-2)} = 0 \iff \frac{-3x+10}{4(x-2)} = 0$$

$$\iff -3x+10=0 \text{ et } 4(x-2)\neq 0$$

$$\iff -3x = -10 \quad \text{et } x\neq 2$$

$$\iff x = \frac{10}{3} \quad \text{et } x \neq 2$$

$$\boxed{S = \left\{\frac{10}{3}\right\}}$$

OU ⚠ uniquement pour les équations

Si $x\neq 2$; $\dfrac{1}{x-2} = \dfrac{3}{4} \iff 1\times 4 = (x-2)\times 3 \iff 4 = 3x - 6 \underset{+6}{\iff} 10 = 3x$

$$\underset{\div 3}{\iff} \frac{10}{3} = x \qquad \boxed{S = \left\{\frac{10}{3}\right\}}.$$

b) $\dfrac{1}{3x+9} = \dfrac{1}{1} \iff$ si $x\neq -3$, $1\times 1 = 1\times(3x+9) \iff$ si $x\neq -3$, $1-9 = 3x$

$$\iff -8 = 3x \underset{\div 3}{\iff} -\frac{8}{3} = x \qquad \boxed{S = \left\{-\frac{8}{3}\right\}}$$

c) dans $\mathbb{R}^*$ $\dfrac{1}{5x} = \dfrac{3}{77} \iff$ si $x\neq 0$, $1\times 77 = 5x\times 3 \iff$ si $x\neq 0$, $15x = 77$

$$\iff x = \frac{77}{15} \qquad \boxed{S = \left\{\frac{77}{15}\right\}}$$

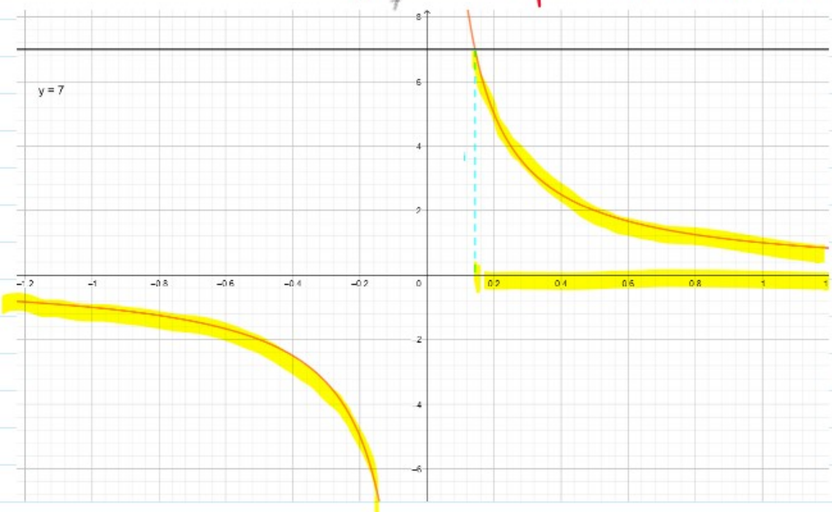
Fonction inverse

Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'inéquation $\frac{1}{x} < 7$, puis vérifier graphiquement la réponse.

* si $x < 0$: l'inéquation $\frac{1}{x} < 7$ est toujours vérifiée

si $x > 0$ $\quad 0 < \frac{1}{x} < 7$ $\qquad 7 \times \frac{1}{7} = 1$

$x > \frac{1}{7}$ la fonction inverse est strict. décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$



$S =]-\infty ; 0[\cup]\frac{1}{7} ; +\infty[$

Graphiquement, on regarde les abscisses de l'hyperbole en dessous de la droite d'éq° $y = 7$

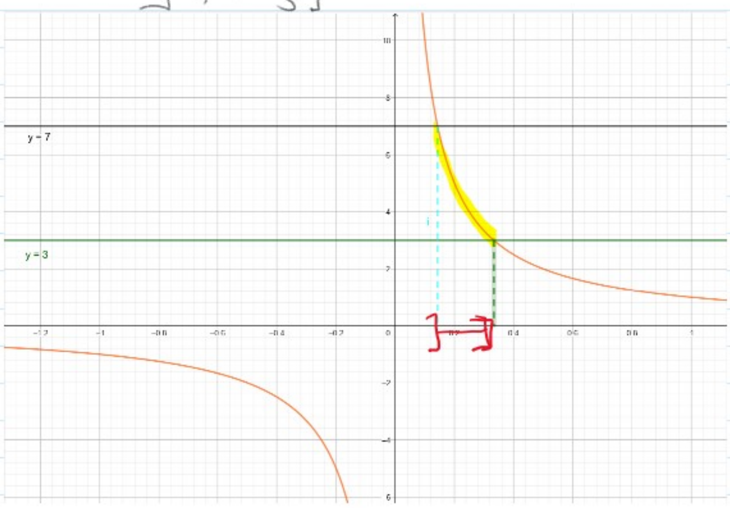
$S =]-\infty ; 0[\cup]\frac{1}{7} ; +\infty[$

Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'inéquation $3 \leq \frac{1}{x} < 7$, puis vérifier graphiquement la réponse.

$0 < 3 \leq \frac{1}{x} < 7$

$\frac{1}{3} \geq x > \frac{1}{7}$ la fonction inverse est strict. décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$

$S =]\frac{1}{7} ; \frac{1}{3}]$



$3 < \frac{1}{x} < 7$

on regarde les abscisses des points de l'hyperbole situés entre les droites d'éq° $y = 3$ et $y = 7$.

$S =]\frac{1}{7} ; \frac{1}{3}]$

On considère l'algorithme ci-contre, où a est un nombre réel strictement positif.

1. Exécuter cet algorithme pas à pas avec $a = 0,1$ et compléter le tableau suivant :

x	1	2	3.	4.	5	6	7	8	9	10
y	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10

Quelle est la valeur de x à la fin de l'algorithme ?

2. Expliquer le rôle de cet algorithme.
3. Coder cet algorithme en python et le tester avec différentes valeurs de a.

$x \leftarrow 1;$
$y \leftarrow 1;$
tant que $y > a$ **faire**
  $x \leftarrow x + 1;$
  $y \leftarrow \dfrac{1}{x};$
fin

$\boxed{\cancel{1}}$ $\boxed{\cancel{1}}$
x y

$1 > 0,1$
donc $\cancel{x = 2}$ $y = \cancel{\frac{1}{2}} = 0,5$

$0,5 > 0,1$
donc $\cancel{x = 3}$ $y = \cancel{\frac{1}{3}} \simeq 0,33$

$\frac{1}{3} > 0,1$
donc $\cancel{x = 4}$ $y = \cancel{\frac{1}{4}} = 0,25$.

$\frac{1}{4} > 0,1$
donc $\cancel{x = 5}$ $y = \cancel{\frac{1}{5}} = 0,2$

$\frac{1}{5} > 0,1$ donc $\cancel{x = 6}$ $y = \frac{1}{6} \simeq 0,16$

$\frac{1}{6} > 0,1$ donc $\cancel{x = 7}$ $y = \frac{1}{7} \simeq 0,14$

$\frac{1}{7} > 0,1$ donc $\cancel{x = 8}$ $y = \frac{1}{8} = 0,125$

$\frac{1}{8} > 0,1$ donc $\cancel{x = 9}$ $y = \frac{1}{9} \simeq 0,111\ldots$

$\frac{1}{9} > 0,1$ donc $x = 10$ $y = \frac{1}{10} = 0,1$.

$\cancel{\frac{1}{10} > 0,1}$ fin.

A la fin de l'algorithme $x = 10$.

L'algorithme donne la plus petite valeur entière x tel que $\frac{1}{x} \geq a$.

En Python,

```
x = 1
y = 1
while y > a :
    x = x+1
    y = 1/x
print(x)
```

← afficher le x.

Fonction racine carrée

jeudi 4 juin 2020 15:22

Sans calcul, ranger ces nombres par ordre croissant : $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{1,1}$, 2, $\sqrt{1,5}$.

$2 = \sqrt{4}$

$1,1 < 1,5 < 2 < 3 < 4$.

$\sqrt{1,1} < \sqrt{1,5} < \sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ car la fct racine carrée est strict croissante sur $\mathbb{R}^+$

Résoudre dans $[0; +\infty[$ l'équation $\sqrt{x} = 4$.

dans $\mathbb{R}^+$, $\sqrt{x} = 4$ equivaut à $\sqrt{x}^2 = 4^2$ soit $x = 16$

$S = \{16\}$ dans $\mathbb{R}^+$

Résoudre dans $[0; +\infty[$ les inéquations $\sqrt{x} < 4$ et $3 \leq \sqrt{x} < 4$.

dans $\mathbb{R}^+$, $\sqrt{x} < 4$

$x < 16$ car la fonction carré est strict croissante sur $\mathbb{R}^+$

$S = [0; 16[$

dans $\mathbb{R}^+$, $3 \leq \sqrt{x} < 4$

$9 \leq x < 16$ $S = [9; 16[$