# Inéquations

lundi 6 avril 2020 07:33

**Correction exercice 96 page 225**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $(x-1)(2x+3) \geqslant (x-1)^2$
$(x-1)(2x+3) \geqslant (x-1)^2$ équivaut à $\boxed{(x-1)}(2x+3) - \boxed{(x-1)}^2 \geqslant 0$
équivaut à $\boxed{(x-1)}(2x+3-(x-1)) \geqslant 0$ équivaut à $(x-1)(x+4) \geqslant 0$
On pose $f(x) = (x-1)(x+4)$

$2x+3-x+1 = x+4$

Les antécédents de 0 par $f$ sont : $(x-1)(x+4)=0$

Règle du produit nul : $x-1=0$ ou $x+4=0$ soit $x=1$ ou $x=-4$

Attention, on pense à les classer !

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $1$ | | $+\infty$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | Fonction affine $m = 1$ (+) |
| 1 $x+4$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | Fonction affine $m = 1$ (+) |
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | Règle des signes |

L'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) \geqslant 0$ est donc :

$S = ]-\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$

t

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $(x^2+1)(3x-1) < \boxed{2x(3x-1)}$ $-2x(3x-1)$
$(x^2+1)(3x-1) < 2x(3x-1)$ équivaut à $(x^2+1)\boxed{(3x-1)} - 2x\boxed{(3x-1)} < 0$ équivaut à $\boxed{(3x-1)}(x^2+1-2x) < 0$
équivaut à $(3x-1)(x-1)^2 < 0$
On pose $f(x) = (3x-1)(x-1)^2$

* forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ *
$a = x$ et $b = 1$

Les antécédents de 0 par $f$ sont : $(3x-1)(x-1)^2 = 0$

Règle du produit nul : $3x-1=0$ ou $x-1=0$ $\Leftrightarrow$ $x=\frac{1}{3}$ ou $x=1$

Attention, on pense à les classer !

| $x$ | $-\infty$ | | $1/3$ | | $1$ | | $+\infty$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3x-1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | Affine $m = 3$ (+) |
| $(x-1)^2$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $+$ | | un carré est positif ou nul |
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | | Règle des signes |

L'ensemble des solutions de l'inéquation : $(x^2+1)(3x-1) < 2x(3x-1)$ est donc :

$\Leftrightarrow f(x) < 0$

$S = ]-\infty ; \frac{1}{3}[$

inégalité stricte

# Inéquations

lundi 6 avril 2020 07:35

**Correction exercice 102 page 225**

(a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $\dfrac{4x-1}{2x+3} \geqslant 3$ $-3$

$\dfrac{4x-1}{2x+3} \geqslant 3$ $-3$ équivaut à $\dfrac{4x-1}{2x+3} - 3 \geqslant 0$ équivaut à $\underbrace{\dfrac{4x-1}{2x+3} - \dfrac{3(2x+3)}{2x+3}} \geqslant 0$

$$\frac{4x-1}{2x+3} - \frac{6x+9}{2x+3} = \frac{4x-1-6x-9}{2x+3} = \frac{-2x-10}{2x+3}$$

équivaut à $\dfrac{-2x-10}{2x+3} \geqslant 0$

On pose $f(x) = \dfrac{-2x-10}{2x+3}$

**Signe de** $f(x) = \dfrac{-2x-10}{2x+3}$

La valeur interdite est : $2x+3=0 \iff 2x=-3 \iff x=-\frac{3}{2}$

Le ou les antécédent(s) de 0 par $f$ sont : $-2x-10=0 \iff -2x=+10 \iff x=\frac{10}{-2}=-5$

Attention, on pense à classer les valeurs!

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $-\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2x-10$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $2x+3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | |

fonction affine $m=-2$ $-$

fonction affine $m=2$ $+$

Règle des signes

L'ensemble des solutions de l'inéquation : $\dfrac{2x}{6x+1} \geqslant 3$ est donc : $S = \left[-5 ; -\frac{3}{2}\right[$

(b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $\dfrac{2x}{6x+1} < 2$ $-2$ $-2$

$\dfrac{2x}{6x+1} - 2 < 0$ équivaut à $\underbrace{\dfrac{2x}{6x+1} - \dfrac{2(6x+1)}{6x+1}} < 0$ équivaut à à $\dfrac{-10x-2}{6x+1} < 0$

mise au même dénominateur

$$\frac{2x-2\times(6x+1)}{6x+1} = \frac{2x-12x-2}{6x+1} = \frac{-10x-2}{6x+1}$$

On pose $f(x) = \dfrac{-10x-2}{6x+1}$

**Signe de** $f(x) = \dfrac{-10x-2}{6x+1}$

La valeur interdite est : $6x+1=0 \iff 6x=-1 \iff x=-\frac{1}{6}$

Le ou les antécédent(s) de 0 par $f$ sont : $-10x-2=0 \iff -10x=2 \iff x=\frac{2}{-10}=-\frac{1}{5}$

Attention, on pense à classer les valeurs!

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{5}$ | | $-\frac{1}{6}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-10x-2$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |

Affine $m=-10$ $-$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $-10x-2$ | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | Affine $m = -10$ $-$ |
| $6x+1$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | Affine $m = 6$ $+$ |
| $f(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $\|$ | $-$ | Règle des signes |

L'ensemble des solutions de l'inéquation : $\dfrac{2x}{6x+1} < 2$ est donc :

$\iff f(x) < 0$

$$\mathcal{S} = ]-\infty ; -\frac{1}{5}[ \cup ]-\frac{1}{6} ; +\infty[$$