Page 1 mardi 17 mars 2020 13:46

Ex 157 p : 58

1) $$\frac{2}{1+\sqrt{3}} = \frac{2}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{2(1-\sqrt{3})}{\underbrace{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}_{(a+b)\times(a-b)}} = \frac{2(1-\sqrt{3})}{\underbrace{1^2-\sqrt{3}^2}_{a^2-b^2}} = \frac{\cancel{2}(1-\sqrt{3})}{-\cancel{2}} = -(1-\sqrt{3}) = -1+\sqrt{3}$$

2) $$\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{(1-\sqrt{3})^2}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \frac{1^2 - 2\times 1\times\sqrt{3} + \sqrt{3}^2}{-2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{-2} = \frac{\cancel{2}(2-\sqrt{3})}{-\cancel{2}} = -(2-\sqrt{3})$$

$$= -2+\sqrt{3}$$

$\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

3) $$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\overbrace{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}^{(a+b)^2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{3+2\sqrt{6}+2}{1}$$

$$= 5+2\sqrt{6}$$

Page 2 Ex 172 p: 59

mercredi 18 mars 2020 19:00

$$\left(\underbrace{\boxed{\sqrt{5+\sqrt{21}}}}_{a}+\underbrace{\boxed{\sqrt{5-\sqrt{21}}}}_{b}\right)^2=\sqrt{5+\sqrt{21}}^2+2\sqrt{5+\sqrt{21}}\times\sqrt{5-\sqrt{21}}+\sqrt{5-\sqrt{21}}^2$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$=5+\cancel{\sqrt{21}}+2\sqrt{(5+\sqrt{21})\times(5-\sqrt{21})}+5-\cancel{\sqrt{21}}$$

$$=10+2\sqrt{5^2-\sqrt{21}^2}=10+2\sqrt{4}$$

$$=10+2\times2=14.$$

Page 3 Ex 49 p: 38

jeudi 19 mars 2020 09:42

2) p premier , $p>3$

$$\begin{array}{c|c} p & 6 \\ \hline r & q \end{array}$$

avec $0 \leq r \leq 5$

r peut valoir $0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5$

$p = 6q + r$

a) si $r = 2$, $p = 6q + 2 = \underbrace{2 \times 3 \times q}\ +\ \underbrace{2 \times 1} = 2 \times (3q + 1)$ avec $3q+1$ naturel

si $r = 4$, $p = 6q + 4 = 2 \times 3 \times q + 2 \times 2 = 2 \times (3q + 2)$ avec $3q + 2 \in \mathbb{N}$

donc dans les 2 cas , p est un nombre pair

b) si $r = 0$, $p = 6q + 0 = 6q = 3 \times 2q$ avec $2q \in \mathbb{N}$

si $r = 3$, $p = 6q + 3 = 3 \times 2q + 3 \times 1 = 3(2q + 1)$ avec $2q + 1 \in \mathbb{N}$

donc si $r = 0$ ou si $r = 3$ alors $p = 3 \times$ naturel donc p est divisible par 3

or p est premier , il ne peut pas être pair et il ne peut pas être divisible par 3

Page 4

jeudi 19 mars 2020 10:08

donc $r = 1$ ou $r = 5$ donc $p = 6q+1$ ou $p = 6q+5$

3) $(6q+1)^2 = (6q)^2 + 2\times 6q \times 1 + 1^2 = 36q^2 + 12q + 1 = 12 \times 3 \times q^2 + 12q + 1 = 12(\underbrace{3q^2+q}_{\text{entier}}) + 1$

donc le reste de la division par 12 vaut 1

de même, $(6q+5)^2 = (6q)^2 + 2\times 6q \times 5 + 5^2 = 36q^2 + 60q + 25 = 12 \times 3q^2 + 12 \times 5q + 12 \times 2 + 1$

$= 12(\underbrace{3q^2+5q+2}_{\text{entier}}) + 1$

donc le reste de la division par 12 vaut 1.

Page 5 Ex 35 p:35

jeudi 19 mars 2020 10:34

186 592	2
93 296	2
46 648	2
23 324	2
11 662	2
5 831	7
833	7
119	7
17	17 : 17 est premier
1	

$186\,592 = 2^5 \times 7^3 \times 17$

Page 6

mercredi 18 mars 2020 18:20

184 041	3
61 347	3
20 449	11
1 859	11
169	13
13	13
1	

donc
$184\,041 = 3^2 \times 11^2 \times 13^2$

104 247	3
34 749	3
11 583	3
3 861	3
1 287	3
429	3
143	11
13	13
1	

donc :
$104\,247 = 3^6 \times 11 \times 13$

72 128	2
36 064	2
18 032	2
9 016	2
4 508	2
2254	2
1127	7
161	7
23	23
1	

donc
$72128 = 2^6 \times 7^2 \times 23$

Page 7

mercredi 18 mars 2020 18:31

On a : $186\,592 = 2^5 \times 7^3 \times 17$; $184\,041 = 3^2 \times 11^2 \times 13^2$

$104\,247 = 3^6 \times 11 \times 13$; $72\,128 = 2^6 \times 7^2 \times 23$.

$$\frac{186\,592}{104\,247} \times \frac{184\,041}{72\,128} = \frac{2^5 \times 7^3 \times 17 \times 3^2 \times 11^2 \times 13^2}{3^6 \times 11 \times 13 \times 2^6 \times 7^2 \times 23} = \frac{7 \times 11 \times 13 \times 17}{2 \times 3^4 \times 23} = \frac{17\,017}{3\,726}$$

Page 8 ex 35 p:35.

jeudi 19 mars 2020 10:52

$$B = -\frac{17}{2^5 \times 7^2 \times 41} \times \frac{3}{3} + \frac{\cancel{3} \times 19}{\underbrace{3^{\cancel{2}\,1}} \times \underbrace{7} \times \underbrace{41}} \times \frac{7 \times 2^5}{7 \times 2^5} = \frac{-17 \times 3 + 19 \times 7 \times 2^5}{2^5 \times 7^2 \times 41 \times 3}$$

m̂ dénominateur : $\underbrace{2^5 \times \underbrace{7^2} \times \underbrace{41}} \times 3$

$$B = \frac{4205}{192\,864}$$