

## I-5 Décomposition en facteurs premiers.

### Théorème 4 - théorème fondamental de l'arithmétique : Admis

Tout entier naturel supérieur ou égale à 2 admet une décomposition en facteurs premiers unique à l'ordre des facteurs près.

Exemples.

1.  $12 = 2 \times 2 \times 3$  et 2 et 3 sont bien des nombres premiers.
2.  $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ .
3.  $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$ .

Remarques. Pour que l'écriture de la décomposition soit unique la convention est d'écrire une seule fois chaque facteur premier à la puissance convenable et d'écrire les facteurs dans l'ordre croissant. On n'écrira pas  $3 \times 2 \times 3$  mais  $2 \times 3^2$ .

#### Exercice 6

1. Déterminez la décomposition en facteurs premiers de 180.
2. Déduisez-en une écriture de  $\sqrt{180}$  de la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a$  et  $b$  deux éléments de  $\mathbb{N}$ ,  $b$  étant le plus petit possible.
3. En déduire tous les diviseurs de 180.

\_\_\_\_\_ Correction exercice 6 \_\_\_\_\_

1. Pour cette question voici le travail à faire au brouillon.  
Nous divisons autant de fois que possible par les nombres premiers en allant du plus petit au plus grand.

Étape 1 • 180 est divisible par 2 donc :

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ \hline 90 & \end{array}$$

Étape 2 • 90 est divisible par 2 donc :

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ \hline 90 & 2 \\ \hline 45 & \end{array}$$

Étape 3 • 45 n'est pas divisible par 2, nous essayons donc avec le nombre premier suivant 3. 45 est bien divisible par 3 puisque  $4 + 5 = 9$  donc :

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ \hline 90 & 2 \\ \hline 45 & 3 \\ \hline 15 & \end{array}$$

En procédant ainsi de proche en proche nous obtenons finalement

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Ainsi :  $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ .

Finalement nous écrivons uniquement

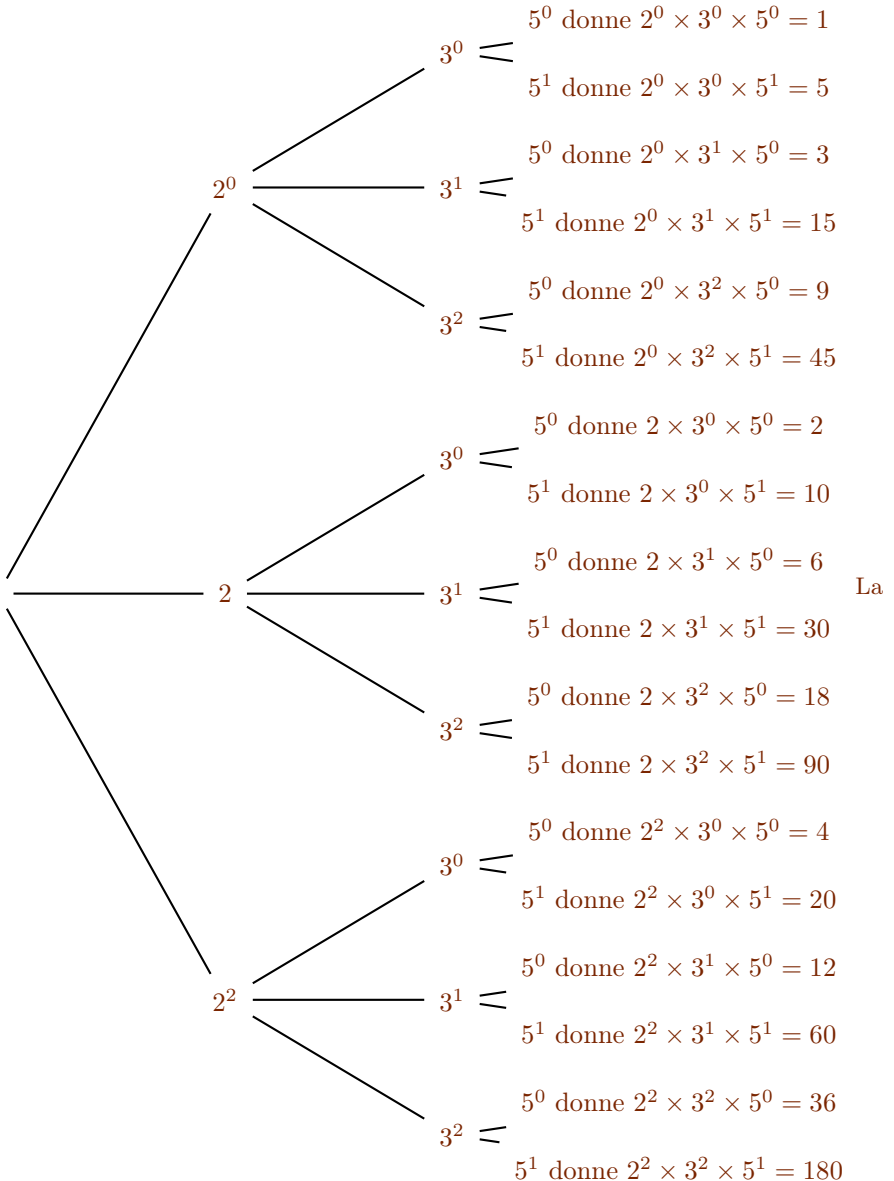
$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5.$$

2. Déterminons  $a$  et  $b$ .

D'après la question précédente :

$$\begin{aligned} \sqrt{180} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\sqrt{180} = 6\sqrt{5}.$$



liste des diviseurs de 180 est : { 1;2; 3; 4;5; 6;9;10; 12; 15; 18; 20; 30;36; 45; 60;90; 180}

Fin de la correction