

Probabilités

Simulation

Exercice 54 page 344

54 Les résultats d'une simulation de lancers d'un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées de 1 à 4 sont donnés ci-dessous.

Face	1	2	3	4
Effectif	65	37	71	27

• Proposer une loi de probabilité cohérente avec ces résultats.

Somme des effectifs : $65 + 37 + 71 + 27 = 200$
là de probabilité.

Issue	1	2	3	4
Probabilité	$\frac{65}{200}$	$\frac{37}{200}$	$\frac{71}{200}$	$\frac{27}{200}$

On associe les fréquences à des probabilités

Exercice 57 page 344

57 On utilise le programme en Python ci-dessous pour estimer la probabilité d'un événement.

```

1 import random # bibliothèque que random
2
3 succes=0
4 for simu in range(1000): # répétition 1000 fois et simul et le compteur de pas.
5     de1=random.randint(1,4)
6     de2=random.randint(1,6)
7     de3=random.randint(1,12)
8     if de1+de2+de3==10:
9         succes=succes+1
10 print(succes/1000)
    
```

• Décrire d'après ce programme une expérience aléatoire possible ainsi qu'un événement dont on cherche la probabilité.

Aide Un lancer d'un dé équilibré à n faces est simulé par `random.randint(1,n)`.

Trois des équilibres sont lancés :
 - un à 4 faces numérotées de 1 à 4
 - un à 6 faces " de 1 à 6
 - un à 12 faces " de 1 à 12
 Le programme permet d'estimer la probabilité que la somme des 3 faces soit égale à 10.

Exercice 55 page 344

55 On lance 150 fois un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6 et on s'intéresse à la fréquence d'apparition de « 1 » ou « 2 ».

- Quelle est la probabilité d'obtenir « 1 » ou « 2 » avec un tel dé ?
- Recopier et compléter la fonction en Python suivante afin qu'elle simule 150 lancers de ce dé et renvoie la fréquence de « 1 » ou « 2 ».

```

1 import random
2
3 def echant():
4     succes=0
5     for simu in range(150): # simul prend toutes les valeurs entières de 0 à 149 (compris)
6         if random.randint(1,6) <= 2:
7             succes=succes+1
8     return succes/150
    
```

1) la proba d'obtenir « 1 » ou « 2 » est de $\frac{2}{6}$ soit $\frac{1}{3}$ car situation d'équiprobabilité) probabilité

2) Exécution du pg à la fin : on obtient $\frac{47}{150} \approx 0,3133$) fréquence pas de la simulation

à $n = 50$, $f_{\text{req}} = 0,26$; à $n = 200$, $f_{\text{req}} = 0,36$
 à $n = 100$, $f_{\text{req}} = 0,31$; à $n = 400$, $f_{\text{req}} = 0,34$
 Plus n augmente, plus on se rapproche de $\frac{1}{3}$
 Là des grands nombres.

Exercice 58 page 344

58 Pour simuler 10 lancers d'une pièce, on utilise la fonction *Nombre aléatoire* de la calculatrice avec un affichage de 10 décimales et on convient que :

- une décimale paire correspond à « pile » ;
- une décimale impaire correspond à « face ».

a. Avec la calculatrice, simuler de cette façon quatre échantillons de 10 lancers et calculer la fréquence de « pile » pour chacun.

b. Calculer la fréquence de « pile » pour l'ensemble

1) $0,2491155334 \rightarrow 3$ "Pile" $\rightarrow f_1 = \frac{3}{10}$
 $0,7638907678 \rightarrow 5$ "Pile" $\rightarrow f_2 = \frac{5}{10}$
 $0,9800744652 \rightarrow 7$ "Pile" $\rightarrow f_3 = \frac{7}{10}$
 $0,8390292126 \rightarrow 6$ "Piles" $\rightarrow f_4 = \frac{6}{10}$
 2) fréq de « pile » = $\frac{21}{40} = 0,525$

conditions de 10 lancers et calculer la fréquence de « pile » pour chacun.

b. Calculer la fréquence de « pile » pour l'ensemble des 40 lancers simulés.

$$a) \text{ fréq de « pile »} = \frac{21}{40} = 0,525$$

Casio: Menu Run (OPTN) (FG) (F3) (F4) (F1)

4 échantillons de 10 lancers
la fréquence varie \Rightarrow fluctuation
d'échantillonnage.

la fréq appartient à l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ dans au moins 95% des cas,
 $p = \text{probab}$
 $n = \text{taille de l'échantillon}$
 $p = 0,5$ question $n = 10$. dans au moins 95% des cas, la fréq appartient
à l'intervalle $\left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{10}} ; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{10}} \right] \approx [0,18 ; 0,82]$

Probabilités

Activité :

Exercice :

A l'école primaire, un professeur de CP a confectionné des étiquettes avec les mots de l'ensemble Ω suivant : $\Omega = \{\text{père; chat; livre; vent; mare; vent; part; joie; rire; paix}\}$.
Il place ces étiquettes dans une urne et choisit au hasard l'une d'entre elles.

1. a. Ecrire en extension les ensembles suivants (en citant leurs éléments) :

- E : les mots de Ω se terminant par « t ».
- F : les mots de Ω se terminant par « e ».
- G : les mots de Ω contenant « a ».
- H : les mots de Ω se terminant par « e ».

b. En déduire la probabilité de chacun des événements E, F, G et H.

2. a. Ecrire les ensembles suivants en citant leurs éléments et les décrire par une phrase :

$F \cap G$, $F \cap H$, $E \cap H$, $E \cap G$, $G \cap H$

b. En déduire la probabilité de chacun des événements précédents.

3. a. Ecrire les ensembles suivants en citant leurs éléments et les décrire par une phrase :

$E \cup H$, $E \cup G$, $G \cup H$

b. En déduire la probabilité de chacun des événements précédents.

4. Retrouver, par une autre façon, la probabilité de chacune des unions précédentes.

1°) $E = \{\text{chat; vent; vent; part}\}$. $P(E) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$F = \{\text{père; lie; mare; rire}\}$. $P(F) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$G = \{\text{chat; mare; part; paix}\}$. $P(G) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$H = \{\text{père; lie; mare; joie; rire}\}$. $P(H) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

2 a) $F \cap G = \{\text{mare}\}$ = les mots de Ω se terminant par "e" et contenant "a"

$P(F \cap G) = \frac{\text{nb d'éléments de } F \cap G}{\text{nb d'éléments de } \Omega} = \frac{1}{10}$

$F \cap H =$ les mots de Ω se terminant par "e" et par "e".
= $\{\text{lie; père; mare; rire}\} = F$. $P(F \cap H) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

$E \cap H =$ les mots de Ω se terminant par "t" et par "e" = \emptyset = événement impossible. $P(E \cap H) = 0$

$E \cap G =$ les mots de Ω se terminant par "t" et contenant "a" = $\{\text{chat; part}\}$. $P(E \cap G) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$G \cap H =$ les mots de Ω se terminant par "e" et contenant "a" = $\{\text{mare}\}$. $P(G \cap H) = \frac{1}{10}$.

3 a) $E \cup H =$ les mots de Ω se terminant par "e" ou "t" = $\{\text{père; chat; lie; vent; vent; mare; part; joie; rire}\}$.
 $P(E \cup H) = \frac{9}{10}$

$E \cup G =$ les mots de Ω se terminant par "t" ou contenant "a" = $\{\text{chat; vent; vent; part; mare; paix}\}$. $P(E \cup G) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

$G \cup H =$ les mots de Ω se terminant par "e" et contenant "a" = $\{\text{chat; mare; part; paix; père; lie; joie; rire}\}$. $P(G \cup H) = \frac{8}{10}$.

4) $P(E \cup H) = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - 0 = P(E) + P(H) - P(E \cap H)$

$P(E \cup G) = \frac{4}{10} + \frac{4}{10} - \frac{2}{10} = P(E) + P(G) - P(E \cap G)$.

$P(G \cup H) = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = P(G) + P(H) - P(G \cap H)$.

