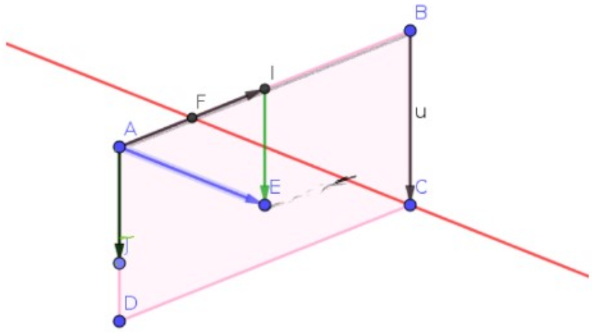
Vecteurs

dimanche 10 mai 2020 21:53

Exercice 66 page 110



Données :

$\begin{cases} ABCD \text{ est un parallélogramme} \\ \vec{AE} = \underbrace{\frac{1}{2}\vec{AB}}_{\vec{AI}} + \underbrace{\frac{2}{3}\vec{AD}}_{\vec{AJ}} \\ \vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{AB} \end{cases}$

1) Figure $\vec{AE} = \vec{AI} + \vec{AJ} = \vec{AI} + \vec{IE}$

2) Mq $\vec{FC} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \vec{AD}$.

$\vec{FC} = \vec{FA} + \vec{AD} + \vec{DC}$ relation de Chasles

$= -\vec{AF} + \vec{AD} + \vec{AB}$ car $\vec{AB} = \vec{DC}$ étant donné que ABCD est un parallélogramme

$= -\frac{1}{4}\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AB}$ car par hypothèse, $\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{AB}$.

$= \frac{3}{4}\vec{AB} + \vec{AD}$

3) $\vec{FC} = \frac{3}{4}\vec{AB} + 1\vec{AD}$ $\times \frac{2}{3}$

$\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD}$

$\left(\frac{\cancel{3}}{4} \times \frac{2}{\cancel{3}} = \frac{1}{2} \right)$ donc $\frac{2}{3}\vec{FC} = \vec{AE}$ donc $\vec{FC}$ et $\vec{AE}$ sont colinéaires donc (FC) et (AE) sont parallèles

Exercice 48 page 109

48 Exprimer le plus simplement possible.

a. $\vec{u} + 2(\vec{u} - \vec{v})$ **b.** $-\vec{v} + 2\vec{u} + 0{,}5\vec{v}$

c. $3(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{v}$ **d.** $0{,}5(6\vec{u} - 3\vec{v}) - \vec{u}$

a) $\vec{u} + 2(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u} + 2\vec{u} - 2\vec{v} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$

b) $-\vec{v} + 2\vec{u} + 0{,}5\vec{v} = -0{,}5\vec{v} + 2\vec{u}$.

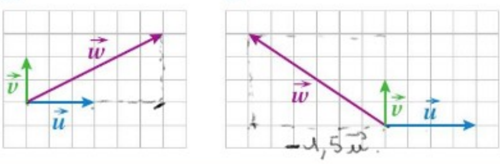
c) $3(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{v} = 3\vec{u} + 3\vec{v} + \vec{v} = 3\vec{u} + 4\vec{v}$.

d) $0{,}5(6\vec{u} - 3\vec{v}) - \vec{u} = 3\vec{u} - 1{,}5\vec{v} - \vec{u} = 2\vec{u} - 1{,}5\vec{v}$.

Exercice 49 page 109

49 Dans chaque cas, exprimer le vecteur $\vec{w}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

a. **b.**



a) $\vec{w} = 2\vec{u} + 1{,}5\vec{v}$; $\vec{w}\begin{pmatrix} 2 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{u}; \vec{v})$

b) $\vec{w} = -1{,}5\vec{u} + 2\vec{v}$; $\vec{w}\begin{pmatrix} -1{,}5 \\ 2 \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$

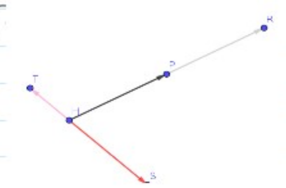
Exercice 59 page 110

59 Traduire par une égalité vectorielle.

a. P a pour image R par l'homothétie de centre H et de rapport 2.

b. S a pour image T par l'homothétie de centre H et de rapport −0,5.

L'homothétie de centre H et de rapport 2 transforme P en R se traduit par $\vec{HR} = 2\vec{H}$



b) $\mathcal{H}(H ; -0{,}5) : S \longrightarrow T$

rapport

se traduit par

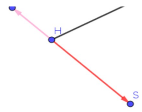
b) $\mathcal{H}(H ; -0,5) : S \longrightarrow T$

homothétie

centre

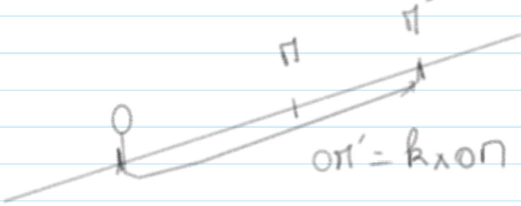
rapport

se traduit par $\overrightarrow{HT} = -0,5\,\overrightarrow{HS}$



Cas général : $\mathcal{H}(O ; k) : M \longmapsto M'$

se traduit par : $\overrightarrow{OM'} = k\,\overrightarrow{OM}$.



$OM' = k \times OM$ si $k > 0$

Vecteurs

mercredi 13 mai 2020 17:50

Exercice 70 page 111

70 On donne $\vec{a}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.

● Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$, $2\vec{a}$ et $-3\vec{b}$?

Les coordonnées des vecteurs :

$\vec{a}+\vec{b}$ sont $\begin{pmatrix}3+2\\-4+3\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$; $2\vec{a}$ $\begin{pmatrix}2\times3\\2\times(-4)\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$

$\vec{a}-\vec{b}$ sont $\begin{pmatrix}3-2\\-4-3\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}1\\-7\end{pmatrix}$; $-3\vec{b}$ $\begin{pmatrix}-3\times2\\-3\times3\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}-6\\-9\end{pmatrix}$

71 Dans chaque cas, dire si les vecteurs sont colinéaires.

a. $\vec{a}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$. **b.** $\vec{c}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{d}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$.

c. $\vec{e}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{f}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$. **d.** $\vec{g}\begin{pmatrix}0,5\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{h}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$.

a) $\det(\vec{a};\vec{b}) = \begin{vmatrix}3 & 2\\4 & 3\end{vmatrix} = 3\times3-4\times2 = 1$
$\neq 0$

donc $\vec{a}$, $\vec{b}$ ne sont pas colinéaires.

Vecteurs

mercredi 13 mai 2020 18:51

Exercice 75 page 111

75 Des propriétés à leur application

1. Avec des vecteurs, comment peut-on démontrer :

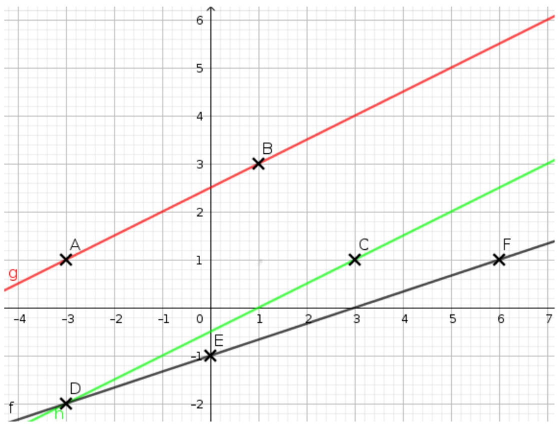
a. que deux droites sont parallèles ?

b. que trois points sont alignés ?

2. On donne les points A(–3 ; 1), B(1 ; 3), C(3 ; 1), D(–3 ; –2), E(0 ; –1) et F(6 ; 1).

a. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

b. Les points D, E et F sont-ils alignés ? Justifier.



1) Il suffit de vérifier que les vecteurs sont colinéaires

2) a) $\vec{AB}\begin{pmatrix}1-(-3)\\3-1\end{pmatrix}$ soit $\vec{AB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix}-3-3\\-2-1\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$

$\text{dét}(\vec{AB};\vec{CD}) = \begin{vmatrix}4 & -6\\2 & -3\end{vmatrix} = 4\times(-3)-2\times(-6)$
$= -12+12 = 0$

$\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires et donc (AB) et (CD) sont parallèles.

b) $\vec{DE}\begin{pmatrix}0-(-3)\\-1-(-2)\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ $\vec{DF}\begin{pmatrix}6-(-3)\\1-(-2)\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$

coord E coord D

$\text{dét}(\vec{DE},\vec{DF}) = \begin{vmatrix}3 & 9\\1 & 3\end{vmatrix} = 3\times3-1\times9 = 0$

$\vec{DE}$, $\vec{DF}$ sont colinéaires donc (DE) et (DF) sont parallèles avec D en commun donc D, E, F sont alignés