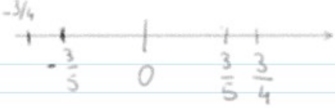
Fonction cube

mercredi 27 mai 2020 19:40

Application des propriétés : Sans calculatrice et sans calculer les nombres donnés, ranger ces nombres par ordre croissant : $\left(\frac{3}{4}\right)^3$, $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$, 2^3, $\left(\frac{5}{3}\right)^3$, $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$.

$-\frac{3}{4} ? -\frac{3}{5}$



$-\frac{3}{4} < -\frac{3}{5}$

donc : $-\frac{3}{4} < -\frac{3}{5} < \frac{3}{4} < 1 < \frac{5}{3} < \frac{6}{3}$

$\left(-\frac{3}{4}\right)^3 < \left(-\frac{3}{5}\right)^3 < \left(\frac{3}{4}\right)^3 < \left(\frac{5}{3}\right)^3 < 2^3$

la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$ (strict)

l'ordre est conservé

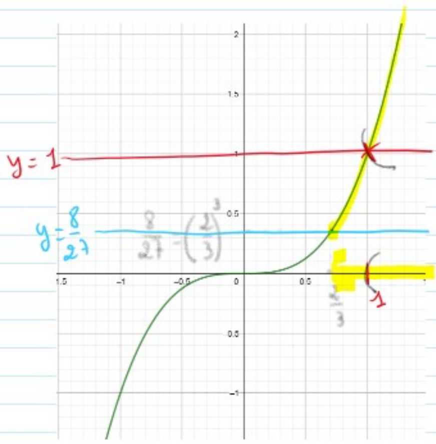
Calculer $\left(\frac{2}{3}\right)^3$, puis déterminer l'ensemble des x tels que : $x^3 = \frac{8}{27}$, puis $x^3 \geq \frac{8}{27}$ et enfin $\frac{8}{27} \leq x < 1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

$x^3 = \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$

la fonction cube est strict. ↗ sur $\mathbb{R}$

donc $x = \frac{2}{3}$



$x^3 \geq \frac{8}{27}$

courbe de fonction cube

au dessus

droite d'éq° $y = \frac{8}{27}$

$S = \left[\frac{2}{3} ; +\infty\right[$

$\frac{8}{27} \leq x^3 < 1$ $\quad S = \left[\frac{2}{3} ; 1\right[$

Questions Wooclap : ex 76 $(-11)^3 < (-5)^3 < 0{,}5^3 < 5^3 < 12^3$

ex p. 191

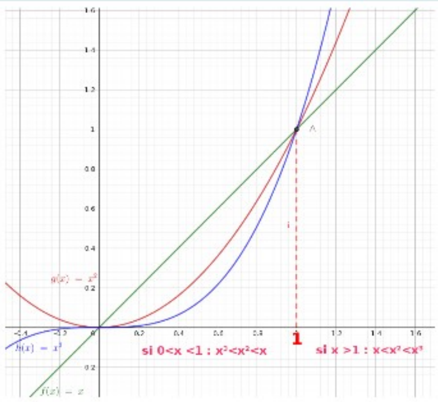
ex 77 : $-1 < \left(-\frac{1}{3}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{3}{4}\right)^3 < 1$

ex 78. $(1-x)^3 < (1+x)^3 < (1+2x)^3 < (1+3x)^3$

ex 79 $\left(\frac{2}{5}\right)^3 < \left(\frac{2}{5}\right)^2 < \left(\frac{2}{5}\right) < 1$ $\quad$ propté : si $0 < a < 1$

$0 < a^3 < a^2 < a < 1$

ici $a = \frac{2}{5}$.



ex 80 $1 < 3 < 3^2 < 3^3$ car $a = 3$ est strictement supérieur à 1

ex 85. b) $x^3 = 27$ $\quad S = \{3\}$

$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729 \rightarrow \cancel{X}$

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

calculatrice $\boxed{3 \text{ SHIFT } \wedge \ 27} = \sqrt[3]{27} = 3$

c) $x^3 = -\frac{8}{27}$ $\quad S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$

ex Résoudre : $x^3 \leq 20^3$ $\quad S =]-\infty ; 20]$

Résoudre : $-8 < x^3 < 27$ $\quad S =]-2 ; 3[$

inégalités strictes

Fonction inverse.

La fonction inverse est impaire. Pour x appartenant à $\mathbb{R}^*$ (non nul), $f(x) = \frac{1}{x}$.

* si x est non nul, $-x$ est non nul
* $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$: x et $-x$ ont des images opposées par la fonction inverse donc f est impaire

Démonstration de la fonction inverse

Soit a et b 2 réels strictement positifs tel que $a < b$

$$f(b) - f(a) = \frac{a \times 1}{a \times b} - \frac{1 \times b}{a \times b} = \frac{a - b}{ab} \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} < 0$$

$f(b) - f(a) < 0$ donc $f(b) < f(a)$ ou $f(a) > f(b)$

la fonction inverse est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$.

$\hat{m}$ demarche sur $\mathbb{R}^{*-}$

Application des propriétés : Sans calculatrice et sans calculer les nombres donnés, ranger ces nombres : $\frac{1}{15}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2}$.

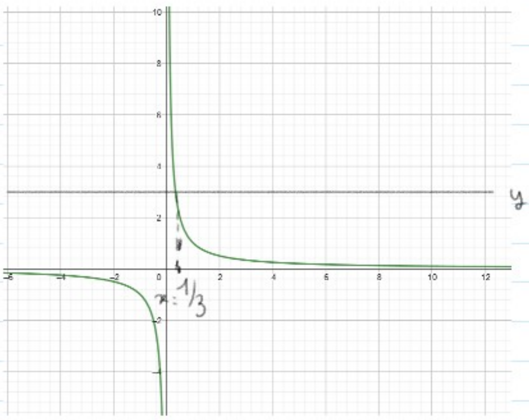
$0 < 2 < 3 < 10 < 15$

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{10} > \frac{1}{15}$

la fonction inverse est strictement décroissante sur les positifs

Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'équation $\frac{1}{x} = 3$.

$S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$



$\frac{1}{x} - 3 = 0 \iff \frac{1}{x} - \frac{3x}{x} = 0 \iff \frac{1-3x}{x} = 0$

$\iff 1 - 3x = 0$ et $x \neq 0$ $\iff 1 = 3x$ et $x \neq 0$ $\iff \frac{1}{3} = x$