

Définition 1.

Une *expérience aléatoire* est un processus dont le résultat est incertain.

On appelle *univers* d'une expérience aléatoire l'ensemble Ω des *issues* possibles de l'expérience (ou *évènements élémentaires*). Dans ce chapitre, on supposera que l'univers est un ensemble fini.

Définir la *loi de probabilité* d'une expérience aléatoire dont l'univers est fini, c'est associer à chaque issue possible un nombre entre 0 et 1 (sa *probabilité*) qui représente les chances ou les risques que l'expérience aboutisse à ce résultat.

La somme des probabilités de chacune des issues possibles doit valoir 1.

Lancer une pièce équilibrée est une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{\text{pile}, \text{face}\}$.

La probabilité de l'évènement élémentaire « pile » est $p(\text{pile}) = 0,5$ et de même, $p(\text{face}) = 0,5$.

On a bien défini une loi de probabilité : $p(\text{pile}) + p(\text{face}) = 1$.

Définition 2.

La loi de probabilité d'une expérience aléatoire est dite *équirépartie* si chaque événement élémentaire a la même probabilité. Si l'univers Ω compte n issues possibles, la probabilité de chacune des issues est donc $\frac{1}{n}$.

Exemple

On considère l'expérience aléatoire consistant au lancer d'un dé équilibré.

1. Quelle indication signifie que la loi de probabilité est équirépartie ?
2. Lister les issues qui composent l'univers de l'expérience : $\Omega =$.
3. Décrire la loi de probabilité de cette expérience :

Issue						
Probabilité						

Évènement

Définition 3.

Étant donnée une expérience aléatoire, un *évènement* A est une partie de l'univers Ω : il est donc composé d'un certain nombre d'issues possibles de l'expérience.

La probabilité d'un évènement A est le nombre noté $p(A)$ qui est la somme des probabilités de chacune des issues qui composent l'évènement A . Ce nombre représente la chance ou le risque que l'évènement se produise.

Exemple

On reprend l'exemple du dé.

Soit A l'évènement « le résultat est strictement plus grand que 4 ».

On note $A = \{5, 6\}$. Que vaut $p(A)$?

Exemple

On reprend l'exemple du dé.

Soit A l'évènement « le résultat est strictement plus grand que 4 ».

On note $A = \{5, 6\}$.

$$p(A) = p(5) + p(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Exemple

On reprend l'exemple du dé.

Soit A l'évènement « le résultat est strictement plus grand que 4 ».

On note $A = \{5, 6\}$.

$$p(A) = p(5) + p(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Soit B l'évènement « le résultat est pair ». $B = \dots\dots\dots$

$p(B) = \dots\dots\dots$

Propriété 1.

Si la loi de probabilité est équirépartie :

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A}{\text{nombre total d'issues dans } \Omega}$$

On considère une expérience aléatoire d'univers fini Ω .

L'évènement *certain* Ω est composé de toutes les issues possibles :

sa probabilité est $p(\Omega) = 1$

Il est certain que cet évènement se réalise.

L'évènement *impossible* \emptyset ne contient aucune des issues possibles :

sa probabilité est $p(\emptyset) = 0$

Il est certain que cet évènement ne se réalise pas.

Définition 4.

L'évènement *contraire* de l'évènement A est l'évènement \bar{A} composé des toutes les issues de l'univers qui ne sont pas dans A .

Sa probabilité est $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$