

PROBABILITÉS

1. Vocabulaire

Définition 1.

Une *expérience aléatoire* est un processus dont le résultat est incertain. On appelle *univers* d'une expérience aléatoire l'ensemble Ω des *issues* possibles de l'expérience (ou *événements élémentaires*). Dans ce chapitre, on supposera que l'univers est un ensemble fini. Définir la *loi de probabilité* d'une expérience aléatoire dont l'univers est fini, c'est associer à chaque issue possible un nombre entre 0 et 1 (sa *probabilité*) qui représente les chances ou les risques que l'expérience aboutisse à ce résultat. La somme des probabilités de chacune des issues possibles doit valoir 1.

Exemple 1. Lancer une pièce équilibrée est une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{pile, face\}$. La probabilité de l'évènement élémentaire « pile » est $p(pile) = 0,5$ et de même, $p(face) = 0,5$. On a bien défini une loi de probabilité : $p(pile) + p(face) = 1$.

⚠ L'univers Ω n'est pas un nombre, mais un ensemble : dans l'exemple précédent, l'univers Ω est l'ensemble composé des 2 issues « pile » et « face ».

Définition 2.

La loi de probabilité d'une expérience aléatoire est dite *équirépartie* si chaque évènement élémentaire a la même probabilité. Si l'univers Ω compte n issues possibles, la probabilité de chacune des issues est donc $\frac{1}{n}$.

Exemple 2. On considère l'expérience aléatoire consistant au lancer d'un dé équilibré.

Quelle indication signifie que la loi de probabilité est équirépartie ?

Lister les issues qui composent l'univers de l'expérience : $\Omega =$

Décrire la loi de probabilité de cette expérience :

Issue							
Probabilité							

1.1. Évènement

Définition 3.

Étant donnée une expérience aléatoire, un *évènement* A est une partie de l'univers Ω : il est donc composé d'un certain nombre d'issues possibles de l'expérience. La probabilité d'un évènement A est le nombre noté $p(A)$ qui est la somme des probabilités de chacune des issues qui composent l'évènement A . Ce nombre représente la chance ou le risque que l'évènement se produise.

Exemple 3. On reprend l'exemple 2 du dé. Soit A l'évènement « le résultat est strictement plus grand que 4 ». On note $A = \{5, 6\}$ et :

$$p(A) = p(5) + p(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Soit B l'évènement « le résultat est pair ». $B =$

$p(B) =$

Proposition 1.

Si la loi de probabilité est équirépartie : $p(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A}{\text{nombre total d'issues dans } \Omega}$

2. Opérations sur les évènements

On considère une expérience aléatoire d'univers fini Ω et $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ deux évènements.

2.1. Évènement certain, évènement impossible

L'évènement *certain* Ω est composé de toutes les issues possibles : sa probabilité est $p(\Omega) = 1$

Il est certain que cet évènement se réalise.

L'évènement *impossible* \emptyset ne contient aucune des issues possibles : sa probabilité est $p(\emptyset) = 0$

Il est certain que cet évènement ne se réalise pas.

2.2. Évènement contraire

Définition 4.

L'évènement *contraire* de l'évènement A est l'évènement \bar{A} composé des toutes les issues de l'univers qui ne sont pas dans A . Sa probabilité est $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

Exemple 4. Expérience 2 (dé) avec $A = \{5, 6\}$.

Décrire \bar{B} par une liste, par une phrase, et donner sa probabilité.

.....

