

# Compléments sur les vecteurs

## Coordonnées et colinéarité

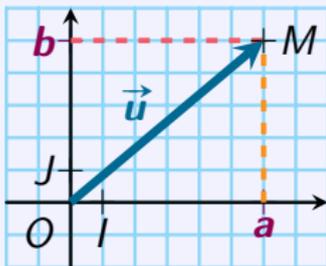
MMouton

7 mai 2020

## Coordonnées d'un vecteur

### Définition 1.

Dans un repère  $(O; I, J)$ , on considère la translation de vecteur  $\vec{u}$  qui translate l'origine  $O$  en un point  $M$  de coordonnées  $(a; b)$ . Dans la base  $(\vec{i}; \vec{j})$ , les coordonnées du vecteur  $\vec{u}$  sont les coordonnées du point  $M$ . On a  $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$  et on note  $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ .



# Coordonnées d'un vecteur

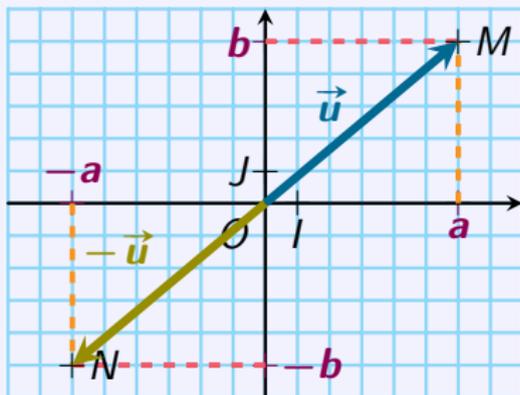
## Propriété 1.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ces vecteurs ont les mêmes coordonnées.

## Coordonnées du vecteur opposé

### Propriété 2.

Si le vecteur  $\vec{u}$  a pour coordonnées  $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ , alors le vecteur opposé a pour coordonnées  $\vec{u} \begin{pmatrix} -a \\ -b \end{pmatrix}$  dans la même base.

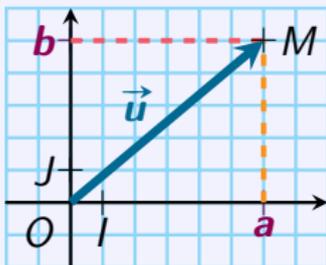


## Norme d'un vecteur

### Propriété 3.

Si les coordonnées du vecteur  $\vec{u}$  sont  $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  dans une base orthonormée  $(\vec{i}; \vec{j})$  alors la norme du vecteur  $\vec{u}$  vaut

$$\|\vec{u}\| = OM = \sqrt{a^2 + b^2}$$



## Coordonnées d'un vecteur

### Propriété 4.

Dans un repère  $(O; I, J)$ , si le point  $A$  a pour coordonnées  $(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  alors les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  sont

$$\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ dans la base } (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}).$$

On retrouve la propriété :

Dans le plan muni d'un repère **orthonormé**, si on note  $(x_A; y_A)$  et  $(x_B; y_B)$  les coordonnées des points  $A$  et  $B$ , la distance entre deux points  $A$  et  $B$  est donnée par la formule suivante :

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

## Coordonnées du vecteur somme

### Propriété 5.

Somme de deux vecteurs : Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont deux vecteurs de coordonnées respectives  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ,

alors les coordonnées du vecteur somme  $\vec{u} + \vec{v}$  sont  $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$ .  
dans la même base.

## Coordonnées du vecteur différence

### Définition 2.

Soustraire un vecteur, c'est additionner son opposé.

### Propriété 6.

Différence de deux vecteurs : Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont deux vecteurs de coordonnées respectives  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ,

alors les coordonnées du vecteur différence  $\vec{u} - \vec{v}$  sont  $\begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix}$ .  
dans la même base.

**methode** Repérer un point défini par une somme vectorielle

Dans un repère orthogonal  $(O; I, J)$ , on place les points  $A(2; 3)$ ,  $B(4; -1)$ ,  $C(5; 3)$  et  $D(-2; -1)$ . Quelles sont les coordonnées du point  $E$  tel que  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$  ?

**methode** Repérer un point défini par une somme vectorielle

Dans un repère orthogonal  $(O; I, J)$ , on place les points  $A(2; 3)$ ,  $B(4; -1)$ ,  $C(5; 3)$  et  $D(-2; -1)$ . Quelles sont les coordonnées du point  $E$  tel que  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ ? **Réponse** : On cherche les coordonnées  $(x_E; y_E)$  du point  $E$  tel que  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ .

Donc le couple  $(x_E; y_E)$  est solution du système :

$$\begin{cases} x_E - x_A = (x_D - x_A) + (x_B - x_C) \\ y_E - y_A = (y_D - y_A) + (y_B - y_C) \end{cases} \text{ soit}$$

$$\begin{cases} x_E - 2 = (-2 - 2) + (4 - 5) \\ y_E - 3 = (-1 - 3) + (-1 - 3) \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x_E - 2 = -5 \\ y_E - 3 = -8 \end{cases} \text{ soit}$$

$$\begin{cases} x_E = -5 + 2 = -3 \\ y_E = -8 + 3 = -5 \end{cases}$$

Les coordonnées du point  $E$  sont  $(-3; -5)$ .