Exemples

Capacité : Mise sous forme canonique

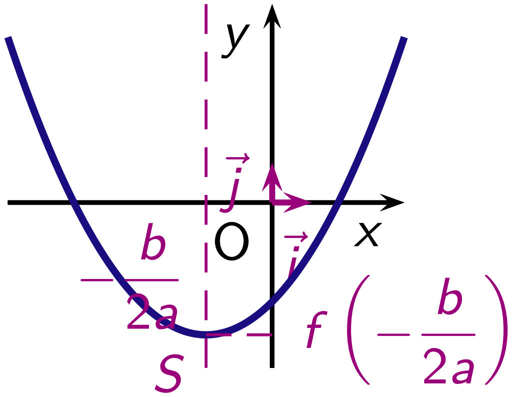
Écrire chacun des polynômes suivants sous forme canonique :

1. $A(x) = x^2 + 4x - 1$
2. $A(x) = 2x^2 - 4x + 6$
3. $A(x) = -x^2 + 2x + 5$
4. $A(x) = 3x^2 - x + 1.$

2. Courbe représentative et variations

cas $a > 0$

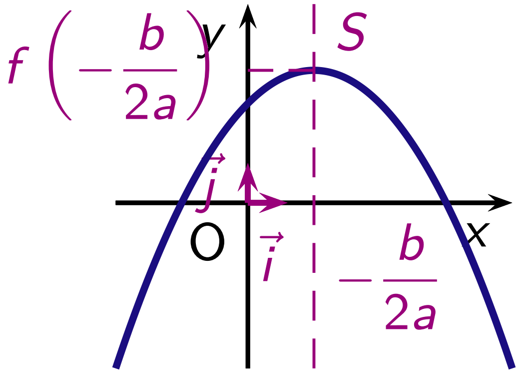
La parabole est « tournée vers le haut »



x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variations de f	↘	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↗

cas $a < 0$

La parabole est « tournée vers le bas »



x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
Variations de f	↗	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↘

Axe de symétrie de la parabole

Propriété

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ (avec a un réel non nul) est une **parabole** dont le sommet S a pour coordonnées $(\alpha; \beta)$ où
$\alpha = -\dfrac{b}{2a}$.
Cette parabole admet un **axe de symétrie** : la droite d'équation $x = \alpha$.

Exemple :

Capacité : Représenter une fonction polynôme du second degré

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole $\mathcal{P}$, représentation graphique de la fonction f.
2. Déterminer l'axe de symétrie de la parabole $\mathcal{P}$.
3. Étudier les variations de f,
4. puis tracer sa représentation graphique $\mathcal{P}$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

II) Équations du second degré

1. Définitions

Définition

Une **équation du second degré** à coefficients réels est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, avec a, b et c trois réels tels que $a \neq 0$.

Équation du second degré

Définition

Les solutions de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ sont appelées les **racines** du polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$.

Définition

Le nombre réel $b^2 - 4ac$ est appelé **discriminant** du trinôme $ax^2 + bx + c$. Il est noté Δ.

Equation du second degré

Propriété

Résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.
On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta < 0$: l'équation n'admet pas de solution réelle ;
- Si $\Delta = 0$: L'équation admet une unique solution réelle $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$;
- Si $\Delta > 0$: L'équation admet deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Preuve à connaître